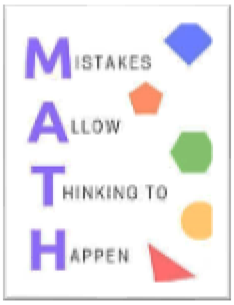
10 ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ

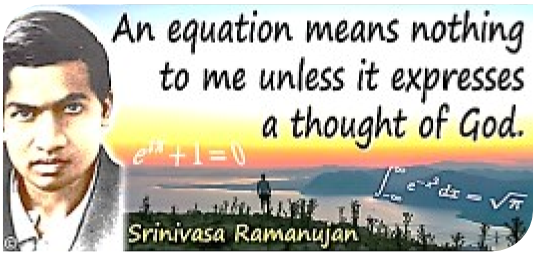
ಪಾಸಿಂಗ್ ಪ್ಯಾಕೇಜ್

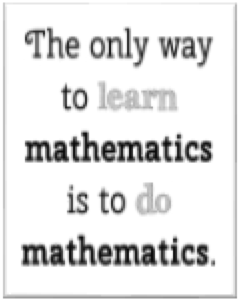
ಮತ್ತು

ಅಭ್ಯಾಸ ಪುಸ್ತಕ 2022-2023

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಹೆಸರು :	
ಶಾಲೆಯ ಹೆಸರು :	
ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಹೆಸರು :	







(ಸಂಗ್ರಹಣೆ : **KSEEB** ಯ ಹಿಂದಿನ ವರುಷಗಳ ಉತ್ತರ ಪತ್ರಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಇತರೆ ಮೂಲಗಳು)

ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ಘಟಕದ ಹೆಸರು	ಕಲಿಯಲೇಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖಾಂಶ	ಅಂದಾಜು ಅಂಕಗಳು
1	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು	ಸೂತ್ರಗಳು, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	2 + 1
2	ಎರೆಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು. ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	2 + 4
3	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಐದು ಪ್ರಮೇಯಗಳು ಥೇಲ್ಸ್ ಮತ್ತು ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯಗಳ ನಿರೂಪಣೆ	4 + 1
4	ವೃತ್ತಗಳು	"ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ" "ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ"	3
5	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	1
6	ರಚನೆಗಳು	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ ದತ್ತ ಅಳತೆಗಳ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚನೆ	2 + 3
7	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	ದೂರದ ಸೂತ್ರ, ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂದಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು.	2
8	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಯೂಕ್ಲಿಡನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಗ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2
9	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	1
10	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು	ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ ವಿವೇಚಿಸುವುದು	2
11	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	1
12	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವುಅನ್ವಯಗಳು	ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	1
13	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಓಜೀವ್ ರಚನೆ	3 + 3
14	ಸಂಭವನೀಯತೆ	ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	1
15	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	1
		ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು	40

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $a, (a+d), (a+2d), \ldots \ldots . a+(n-1)d$.

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ $a_n = a+(n-1)d$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ n ನೇ ಪದ $= l-(n-1)d$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = \frac{a_p - a_q}{p-q}$ (ಯಾವುದೇ 2 ಪದ ಕೊಟ್ಟಾಗ)

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = a_2 - a_1$ ಅಥವಾ $d = \frac{a_n - a}{n-1}$

ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = n^2$

ಮೊದಲ n ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = n(n+1)$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[a+a_n]$ ಅಥವಾ $S_n = \frac{n}{2}[a+l]$

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $S_n - S_{n-1} = a_n$

a, b, c ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, a ಮತ್ತು c ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ $b = \frac{a+c}{2}$

---

1 5, 8, 11, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

5, 8, 11 ....

ಇಲ್ಲಿ $a = 5$, $d = 8-5 = 3$, $n = 30$ ½

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ,

$a_n = a+(n-1)d$ ½

$a_{30} = 5+(30-1)3$ ½

$= 5 + 29 \times 3$

$= 5 + 87$

$a_{30} = 92$ ½

---

2 2, 5, 8, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 12 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ 2, 5, 8 .... ಯಲ್ಲಿ

$a = 2$

$d = 3$

$a_{12} = ?$

$n = 12$

$a_n = a+(n-1)d$ ½

$a_{12} = 2+(12-1)(3)$ ½

$= 2 + 11(3)$ ½

$= 2 + 33$

$a_{12} = 35$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

3 2 + 7 + 12 + ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

$a = 2$ $\quad d = 7 - 2 = 5$ $\quad n = 20$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ ½

$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 2 + (20 - 1) \times 5]$ ½

$= 10[4 + 19 \times 5]$

$= 10 \times 99$ ½

$S_{20} = 990$ ½

4 5 + 10 + 15 + ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

5 + 10 + 15 + ... 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_{20} = ?$

$a = 5$ $\quad d = 5$ $\quad n = 20$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ ½

$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 5 + (20 - 1)5]$ ½

$S_{20} = 10[10 + (19)5]$

$S_{20} = 10[10 + 95]$ ½

$S_{20} = 10 \times 105$

$S_{20} = 1050$ ½

5 5 + 8 + 11 + ... 10 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

5 + 8 + 11 + ... 10 ಪದಗಳವರೆಗೆ

$a = 5$
$d = 3$
$n = 10$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ ½

$S_{10} = \frac{10}{2}[2(5) + 9(3)]$ ½

$= 5[10 + 9(3)]$

$= 5[10 + 27]$

$= 5[37]$ ½

$S_{10} = 185$ ½

∴ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಹತ್ತು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 185.

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

6	8, 15, 22,. . . . ., ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 20ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಯಿರಿ ಉತ್ತರ :	10, 6, 2, ..., ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 16ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಯಿರಿ ಉತ್ತರ :
7	4 + 8 + 12 +, ...13 ಪದಗಳವರೆಗೆ ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :	
8	8, 10, 12, ..., 126 ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಯಿರಿ . ಉತ್ತರ :	

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

9	**6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಎರೆಡು ಅಂಕಿಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** ಉತ್ತರ :
10	**ಮೊದಲಪದ 8 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ 148 ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 21 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** ಉತ್ತರ :
11	**7 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ 1 ಮತ್ತು 100 ರ ನಡುವಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳು

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax + b = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax + by + c = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a^2 + b^2 \neq 0$)

x ಮತ್ತು y ಎಂಬ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವು

$$\left.\begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array}\right\}$$

ಇಲ್ಲಿ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$, $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು

- <u>ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದರೆ,</u> $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ.
- <u>ಐಕ್ಯಗೊಂಡರೆ,</u> $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ.
- <u>ಸಮಾಂತರವಾದರೆ,</u> $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ.

---

1 ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ :

$2x + 3y = 7$

$2x + y = 5$

ಉತ್ತರ :

$2x + 3y = 7$ .... (1)

$2x + y = 5$ .... (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

$2x + 3y = 7$

$2x + y = 5$ ½

(–) (–) (–)

$2y = 2$

$y = \frac{2}{2}$

$y = 1$ ½

$y = 1$ ನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$2x + 1 = 5$ ½

$2x = 5 - 1$

$2\ x = 4$

$x = \frac{4}{2}$

$x = 2$ ½

$\therefore x=2, y=1$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

2	ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : 2 $x + y = 5$ $2x - 3y = 5$ **ಉತ್ತರ :** **ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ :** $x + y = 5$ $x + y = 5$ ... (i) × 2 $2x - 3y = 5$ ... (ii) $2x + 2y = 10$ ... iii $2x - 3y = 5$ ... ii ½ (–) (+) (–) (iii) — (ii) $5y = 5$ $y = \frac{5}{5}$ $y = 1$ ½ y ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $x + y = 5$ ½ $x + 1 = 5$ $x = 5 - 1$ $x = 4$ ½
3	ಬಿಡಿಸಿ : $2x + y = 11$ $x + y = 8$ **ಉತ್ತರ :** ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ : $2x + y = 11$ ... (i) $x + y = 8$ ... (ii) ಸಮೀಕರಣ (ii) ನ್ನು (i) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ½ $2x + y = 11$ $x + y = 8$ (–) (–) (–) $x = 3$ ½ $x = 3$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (ii) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ½ $3 + y = 8$ $y = 8 - 3$ $y = 5$ ½ $\therefore$ $x = 3$, $y = 5$

4	ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ : $2x + 3y = 11$ $2x - 4y = -24$ **ಉತ್ತರ :** ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ : $2x + 3y = 11$ ... (i) (i) — (ii) $2x - 4y = -24$ ... (ii) (−) (+) (+) $7y = 35$ $y = \frac{35}{7}$ $\boxed{y = 5}$ $y = 5$ ನ್ನು (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $2x + 3y = 11$ $2x + 3(5) = 11$ $2x = 11 - 15$ $2x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{2}$ $\boxed{x = -2}$	 ½ ½ ½ ½
5	ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು $2x - 3y = 8$ ಮತ್ತು $2(k-4)x - ky = k + 3$ ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ 'k' ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** $2x - 3y = 8$ $2(k-4)x - ky = k + 3$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ ಅಥವಾ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ $a_1 = 2$ $b_1 = -3$ $c_1 = -8$ $a_1 = 2(k-4)$ $b_2 = -k$ $c_2 = -(k+3)$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ $\frac{2}{2(k-4)} = \frac{-3}{-k}$ $\frac{1}{k-4} = \frac{3}{k}$ $k = 3(k-4)$ $k = 3k - 12$ $12 = 3k - k$ $12 = 2k$ $k = \frac{12}{2}$ $k = 6$	 ½ ½ ½ ½

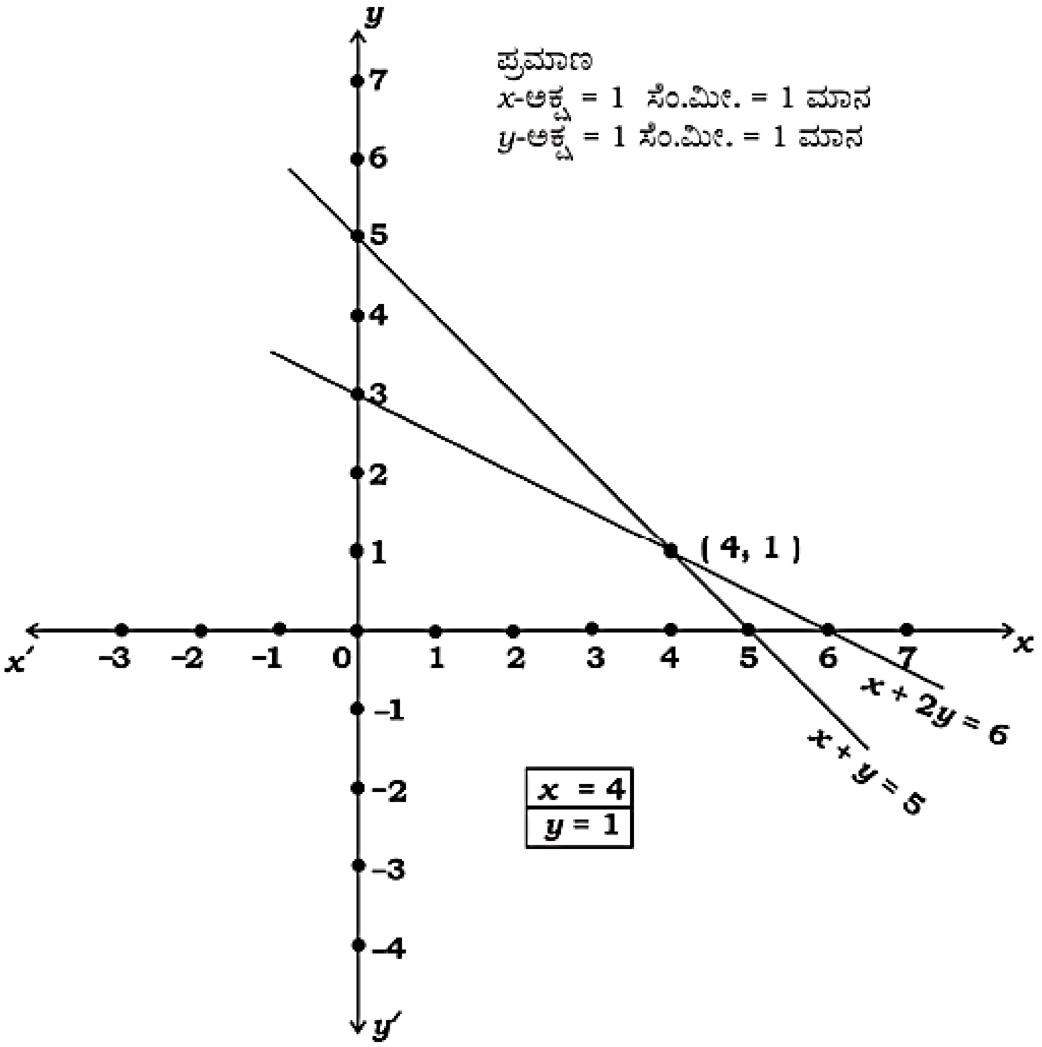
Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

6 ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$x + 2y = 6$

$x + y = 5$

ಉತ್ತರ :



$x + 2y = 6$

x	0	6
y	3	0

$x + y = 5$

x	0	5
y	5	0

ಕೋಷ್ಟಕ ರಚನೆಗೆ (1 + 1) 2

ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು 1

ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆ ಬರೆಯುವುದು 1

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

7

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ, ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$2x - y = 7$

$x - y = 2$

ಉತ್ತರ :

$2x - y = 7$ ಮತ್ತು $x - y = 2$

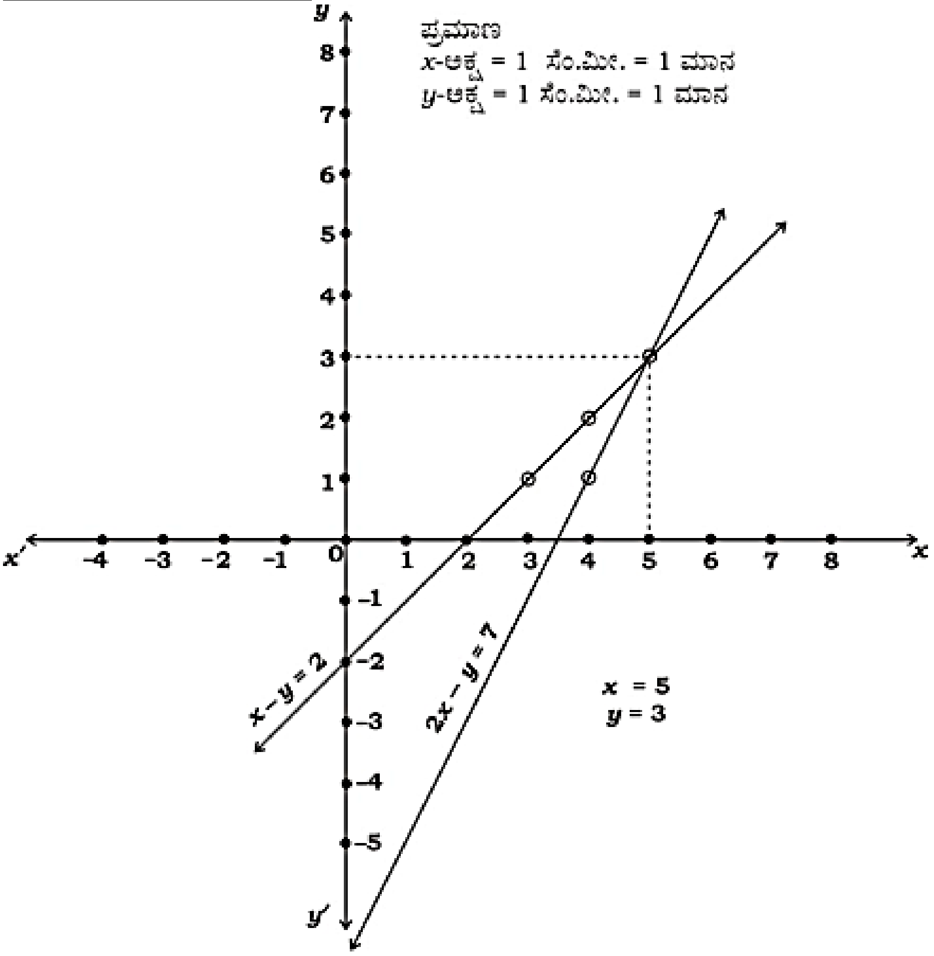
$\therefore\ y = 2x - 7$

x	3	4	5
y	−1	1	3

$x - y = 2$ ಅಥವಾ

$y = x - 2$

x	3	4	5
y	1	2	3



Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

8 ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ, ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$$x + y = 7$$
$$3x - y = 1$$

ಉತ್ತರ :

$x + y = 7$

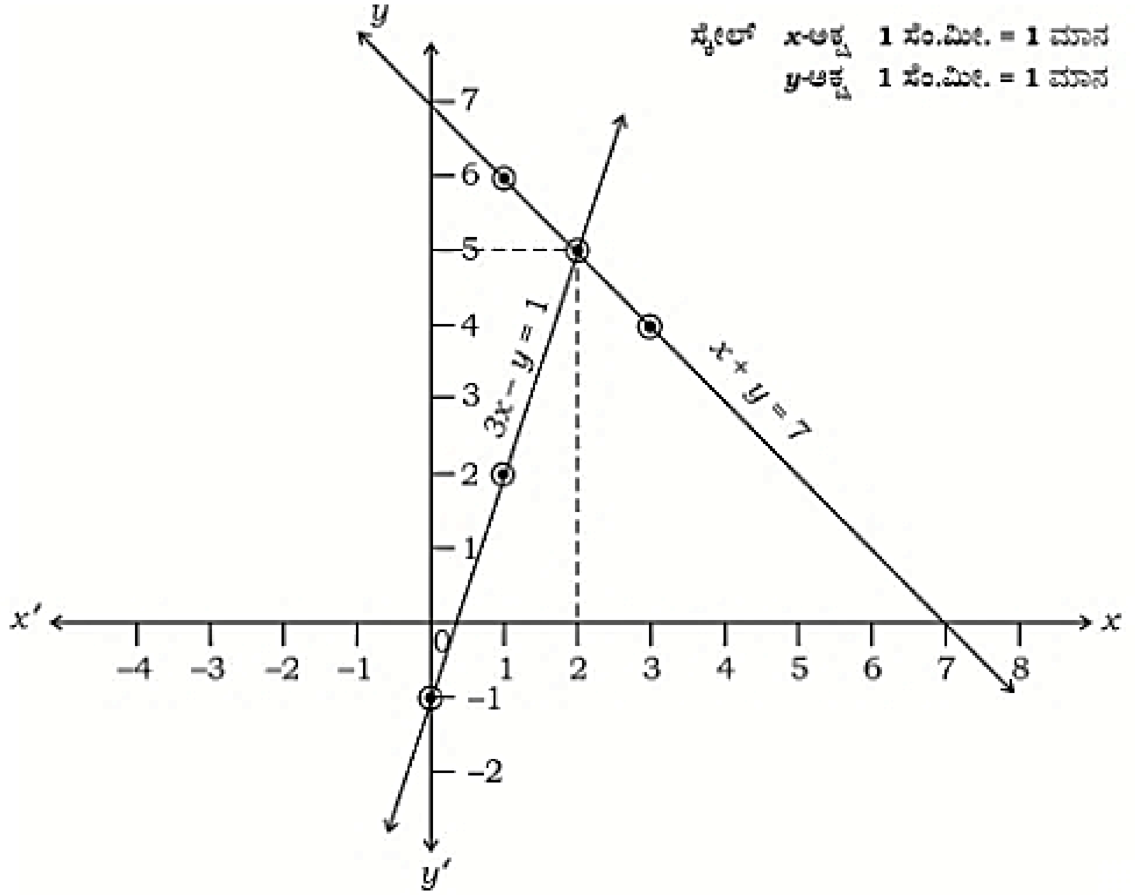
$\therefore \quad y = 7 - x$

x	1	2	3
y	6	5	4

$3x - y = 1$

$y = 3x - 1$

x	0	1	2
y	– 1	2	5



Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

9	ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$2x + y = 8$

$x + y = 5$

ಉತ್ತರ :

$2x + y = 8$

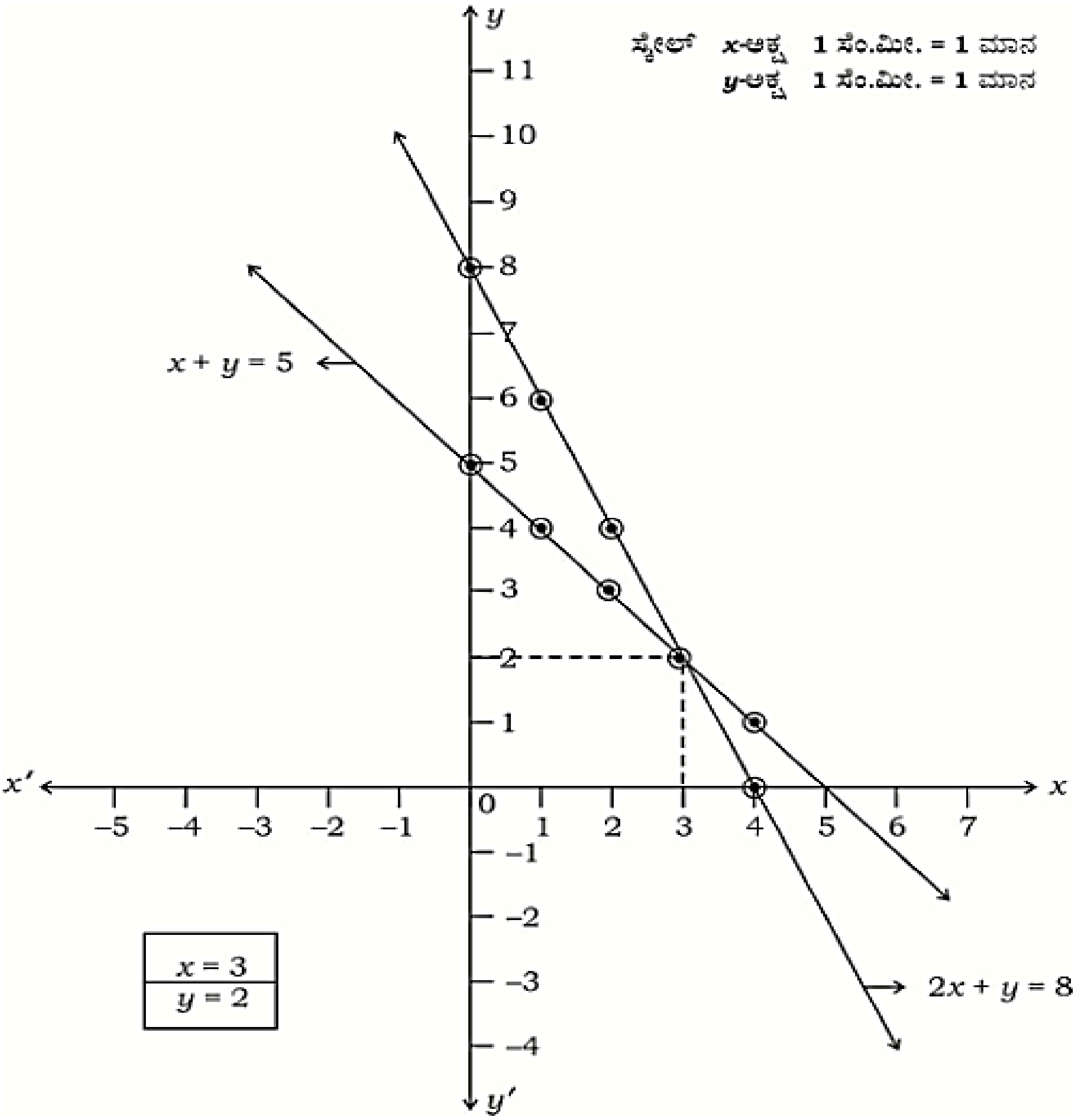
$y = 8 - 2x$

x	0	1	2	3	4
y	8	6	4	2	0

$x + y = 5$

$y = 5 - x$

x	0	1	2	3	4
y	5	4	3	2	1



Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

10	ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $2x + y = 6$ $2x - y = 2$ ಉತ್ತರ :
11	ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3x + 2y = 13$ $x + 3y = 9$ ಉತ್ತರ :
12	ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3x + 2y - 7 = 0$ $4x + y - 6 = 0$ ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

13	ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ $2x + y = 8$ $x + 2y = 7$ ಉತ್ತರ :
14	ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ $3x - y = 8$ $5x - 4y = 11$ ಉತ್ತರ :
15	ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ $x + 2y = 4$ $4x - 2y = 6$ ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

16 ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿದಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

$2x + y = 6$

$2x - y = 2$

ಉತ್ತರ :

$2x + y = 6$

$2x - y = 2$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

17 ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿದಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

$$x + y = 8$$
$$x - 2y = 2$$

ಉತ್ತರ :

$x + y = 8$

$x - 2y = 2$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

18 ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

$x + y = 8$

$x + 2y = 7$

ಉತ್ತರ :

$x + y = 8$

$x + 2y = 2$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

19 ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿದಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

$x + y = 5$

$x + 2y = 6$

ಉತ್ತರ :

$x + y = 5$

$x + 2y = 6$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ಇವುಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

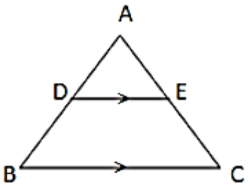
1. ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ:

2. ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ:

3. ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ:

4. ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ:

ತ್ರಿಭುಜ **ABC** ಯಲ್ಲಿ **DE ∥ BC** ಆದರೆ

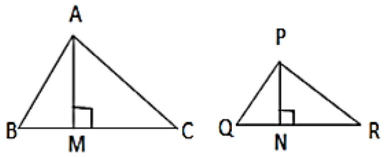


$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ (ಥೇಲ್ಸ್ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ)

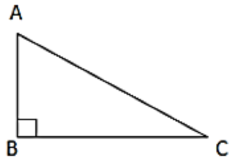
$\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$ (ಥೇಲ್ಸ್ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ)

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಆದರೆ



$$\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2 = \left(\frac{AM}{PN}\right)^2$$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ **ABC** ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^o$ ಆದರೆ,



$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

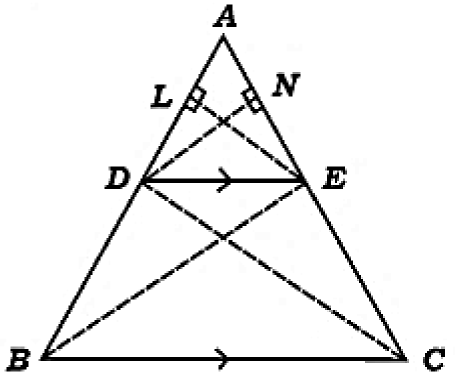
ಪೈಥಾಗೋರಸನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು	3, 4, 5	5, 12, 13	7, 24, 25	8, 15, 17	6, 8, 10	9, 12, 15	10, 24, 26

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

1

ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. 1



½

ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ½

ರಚನೆ : D, C ಮತ್ತು E, B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

$EL \perp AB$ ಮತ್ತು $DN \perp AC$ ಎಳೆಯಿರಿ. ½

ಸಾಧನೆ :

ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ
$\frac{\Delta ADE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \times AD \times \cancel{EL}}{\cancel{\frac{1}{2}} \times DB \times \cancel{EL}}$	$\because A = \frac{1}{2} \times b \times h$ ½
$\therefore \frac{\Delta ADE}{\Delta BDE} = \frac{AD}{DB}$ ... (i)	
$\frac{\Delta ADE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \times AE \times \cancel{DN}}{\cancel{\frac{1}{2}} \times EC \times \cancel{DN}}$	
$\therefore \frac{\Delta ADE}{\Delta CDE} = \frac{AE}{EC}$ ... (ii)	$\because \Delta BDE = \Delta CDE$ ಸಿದ್ಧಾಂತ -1 ½
$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{CE}$ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ	½

ಸಿದ್ಧಾಂತ 1 : ಒಂದೇ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವ ಅಂಶಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

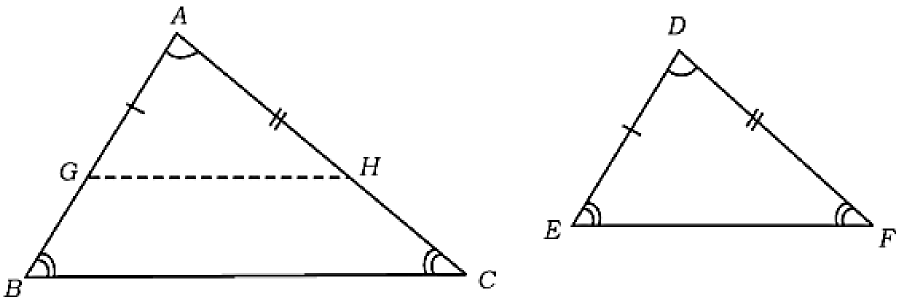
$\Delta BDE = \Delta CDE$: ಒಂದೇ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

2

"ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

ಉತ್ತರ :



½

ದತ್ತ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle DEF = \angle ABC$ ½

$\angle ACB = \angle DFE$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ½

ರಚನೆ : $\overline{AG} = \overline{DE}$ ಮತ್ತು $\overline{AH} = \overline{DF}$ ಆಗುವಂತೆ $\overline{AB}$ ಯ ಮೇಲೆ G ಮತ್ತು $\overline{AC}$ ಯ ಮೇಲೆ H ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. G ಮತ್ತು H ಸೇರಿಸಿ. ½

ಸಾಧನೆ :

ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ
ΔAGH ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ	
$\overline{AG} = \overline{DE}$	ರಚನೆ
$\angle GAH = \angle EDF$	ದತ್ತ
$\overline{AH} = \overline{DF}$	ರಚನೆ
$\therefore \Delta AGH \cong \Delta DEF$	ಬಾ. ಕೋ. ಬಾ
$\angle AGH = \angle DEF$	ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು
ಆದರೆ, $\angle ABC = \angle DEF$	ದತ್ತ 2
$\Rightarrow \angle AGH = \angle ABC$	ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ-1
$\therefore \overline{GH} \parallel \overline{BC}$	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

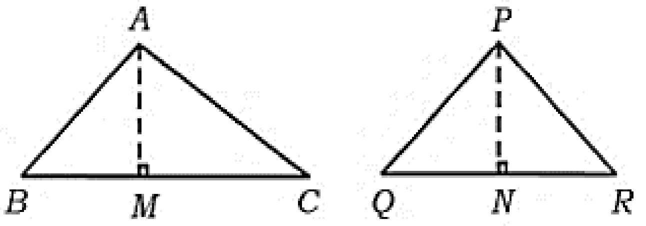
$\therefore$ ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\frac{AB}{AG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{AH}$

ಹಾಗಾಗಿ, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ $\because \Delta AGH \cong \Delta DEF$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

3 "ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ." ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

ಉತ್ತರ :



½

ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ½

ಸಾಧನೀಯ : $\dfrac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \dfrac{BC^2}{QR^2}$ ½

ರಚನೆ : $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಎಳೆಯಿರಿ. ½

ಸಾಧನೆ : ΔAMB ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABM = \angle PQN$ (ದತ್ತ)

$\angle AMB = \angle PNQ = 90^\circ$ (ರಚನೆ)

$\Delta AMB \sim \Delta PQN$ ½

$\therefore \dfrac{AM}{PN} = \dfrac{AB}{PQ}$ ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

ಆದರೆ $\dfrac{BC}{QR} = \dfrac{AB}{PQ}$ ದತ್ತ

$\therefore \dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{BC}{QR}$ ½

$\dfrac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \dfrac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$ ½

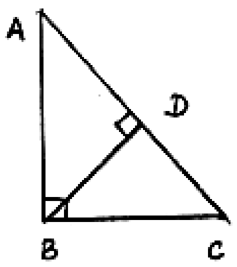
$= \dfrac{BC}{QR} \times \dfrac{AM}{PN}$

$= \dfrac{BC}{QR} \times \dfrac{BC}{QR}, \quad \left[\dfrac{AM}{PN} = \dfrac{BC}{QR}\right]$

$= \dfrac{BC^2}{QR^2}$

$\therefore \dfrac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \dfrac{BC^2}{QR^2}$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

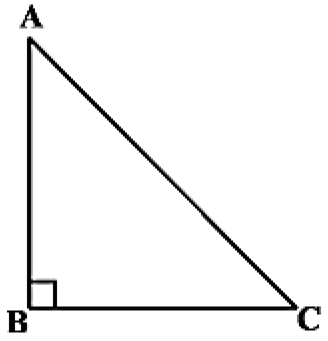
4	ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.	1
		½
	ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\hat{B} = 90^\circ$	½
	ಸಾಧನೀಯ : $AC^2 = AB^2 + BC^2$	½
	ರಚನೆ : Draw $BD \perp AC$ ಎಳೆಯಿರಿ	½
	ಸಾಧನೆ : ABC ಮತ್ತು ADB ಗಳಲ್ಲಿ $A\hat{B}C = 90^\circ, \quad A\hat{D}B = 90^\circ$ $B\hat{A}D$ ... ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ $\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB$ $\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$ $AB^2 = AC \, . \, AD.$ .... (i)	½
	ΔABC ಮತ್ತು ΔBDC ಗಳಲ್ಲಿ $A\hat{B}C = B\hat{D}C = 90^\circ$ $A\hat{C}B$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ $\therefore \Delta ABC \sim \Delta BDC$ $\Rightarrow \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC} \quad \therefore \quad BC^2 = AC \, . \, DC$ .... (ii)	½
	(i) ಮತ್ತು (ii) ನ್ನು ಕೂಡುವುದರಿಂದ, $AB^2 + BC^2 = (AC \, . \, AD) + (AC \, . \, DC)$ $= AC(AD + DC)$ $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ಅಥವಾ $AC^2 = AB^2 + BC^2$	1

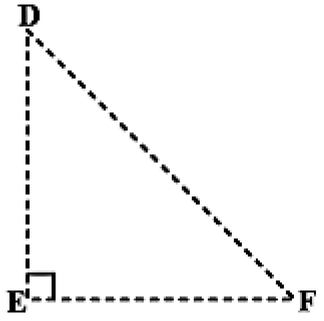
Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

5

ಪೈಥಾಗೊರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.





ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಸಾಧನೀಯ : $|\underline{ABC} = 90^\circ$

ರಚನೆ : $AB = DE, BC = EF$ ಹಾಗೂ $|\underline{E} = 90^\circ$ ಆಗುವಂತೆ ΔDEF ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔDEF ನಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

$\Rightarrow$ $DF^2 = AB^2 + BC^2$ [$\because$ $AB = DE, BC = EF$ $\because$ದತ್ತ]

$\Rightarrow$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ($\because$ $AB^2 + BC^2 = AC^2$)

$\therefore$ $AC^2 = DF^2$

$\therefore$ $AC = DF$

ಈಗ ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$AB = DE, BC = EF, AC = DF$ ಆಗಿದೆ.

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ($\because$ ಬಾ. ಬಾ. ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ)

$\therefore$ $|\underline{B} = |\underline{E} = 90^\circ$

$\therefore$ $|\underline{ABC} = 90^\circ$

ವೃತ್ತಗಳು

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತ ಛೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ವೃತ್ತ ಛೇದಕದ ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದ ಎರಡೂ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಐಕ್ಯವಾದಾಗ ದೊರೆಯುವ ರೇಖೆಯೇ ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

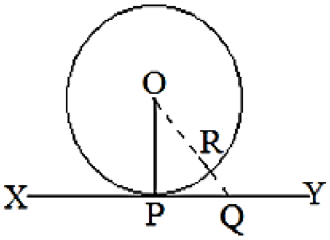
ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ d ಮಾನಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ $t = \sqrt{d^2 - r^2}$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

1

"ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ. XY ಯು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.
OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ,

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, OQ ಸೇರಿಸಿ. OQ ವು ವೃತ್ತವನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೆ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OR < OQ$ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ, $OR = OP$ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$\therefore$ $OP < OQ$

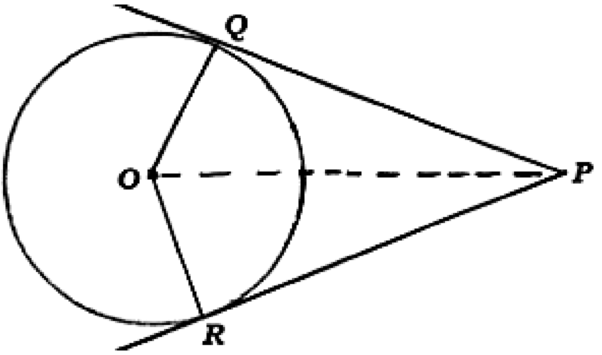
Q ವು P ಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$ ಆಗಿದೆ.

2

"ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :



½

ದತ್ತ : *'O'* ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ *'P'* ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು *PQ* ಮತ್ತು *PR* ಗಳು ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. ½

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$ ½

ರಚನೆ : *OQ, OR* ಮತ್ತು *OP* ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ½

ಸಾಧನೆ : ΔPOQ ಮತ್ತು ΔPOR ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle PQO = \angle PRO$ (ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ)

ವಿಕರ್ಣ OP = ವಿಕರ್ಣ OP (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

$OQ = OR$ (ತ್ರಿಜ್ಯ)

$\therefore$ $\Delta POQ \cong \Delta POR$ (ಲಂ.ಕ.ಬಾ. ಪ್ರಮೇಯ) ½

$\therefore$ $PQ = PR$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಉದ್ದ = $2\pi r$

d ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಉದ್ದ = πd

r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2 ಚದರ ಮಾನಗಳು

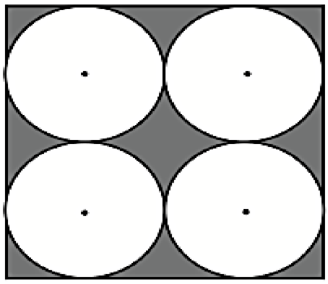
r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{4}\pi r^2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ ಮಾನಗಳು

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

1 $ABCD$ ಯು 14 ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇದರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ವೃತ್ತಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತವೆ.) 2



ಉತ್ತರ :

$ABCD$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 14×14 = 196 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ½

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ = $\frac{14}{2}$ ಸೆಂ.ಮೀ. = 7 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $\frac{7}{2}$ = 3·5 ಸೆಂ.ಮೀ.

$\therefore$ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

= $\frac{22}{7} \times 3{\cdot}5 \times 3{\cdot}5$ ½

= 38·5 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

$\therefore$ 4 ವೃತ್ತದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $4 \times 38{\cdot}5$

= 154 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ½

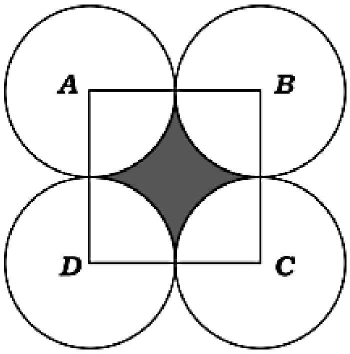
ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =

($ABCD$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) – (4 ವೃತ್ತದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= (196 – 154) = 42 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

2 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ *ABCD* ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 14 ಸೆಂ.ಮೀ. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತವು ಉಳಿದ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನ್ನು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ *A, B, C* ಮತ್ತು *D* ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2



ಉತ್ತರ :

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =

ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – 4 × ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ½

ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಬದಿ)^2

$= (14)^2$

ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 196 cm^2 ½

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{4}\pi r^2$

4 × ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $4 \times \frac{1}{4}\pi r^2$ ½

$= 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

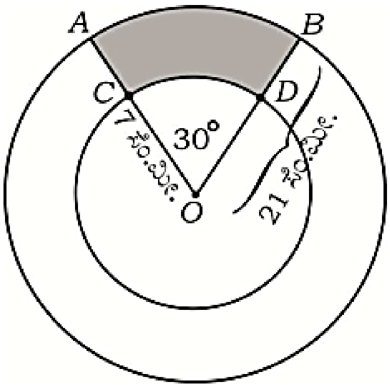
4 × ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 22×7

$= 154$ cm^2

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 196 – 154

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 42 cm^2 ½

3 ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 21 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರುವ '*O*' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳ ಕಂಸಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ *AB* ಮತ್ತು *CD* ಆಗಿವೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ $\angle AOB = 30^\circ$ ಆದಾಗ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ಉತ್ತರ :

OAB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= \frac{11 \times 21}{2}$ 1

$= \frac{231}{2}$ cm^2

OCD ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{11 \times 7}{6}$ 1

$= \frac{77}{6}$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

∴ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = OAB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ — OCD ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{231}{2} - \frac{77}{6}$ ½

$= \frac{693 - 77}{6}$

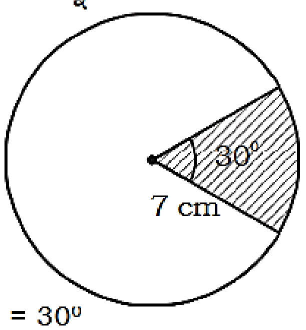
$= \frac{616}{6} = \frac{308}{3}$

∴ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{308}{3} = 102.6\ cm^2$ ½

4

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯ 7 cm ಇರುವಂತೆ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಕಂಸವು ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 30^0 ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸದೆ ಇರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ



$r = 7$ cm, $\theta = 30^0$

ಛಾಯೆ ಇಲ್ಲದ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನ $\theta_1 = 330^0$

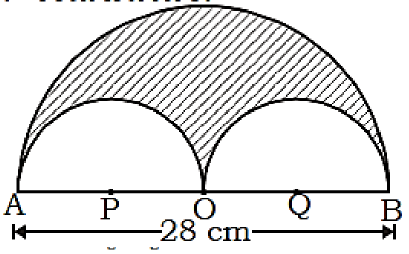
ಛಾಯೆಗೊಳಿಸದ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta_1}{360^0} \times \pi r^2$

$= \frac{330}{360^0} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{1694}{12}$

= 141.6 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ವ್ಯಾಸದ ಅಳತೆ 28 cm ಮತ್ತು AO=OB=14cm ಆದಾಗ ಛಾಯಿಕೃತ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



{ಛಾಯಿಕೃತ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = {ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} − {2 × (ಚಿಕ್ಕ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)}

$= \frac{1}{2}\pi R^2 - 2 \times \frac{1}{2}\pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 28 - 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

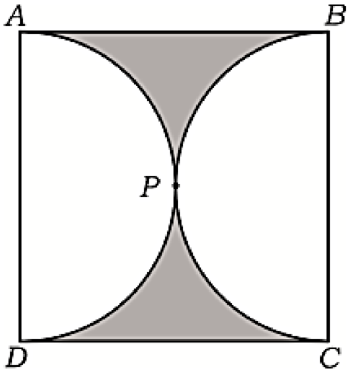
$= 44 \times 28 - 44 \times 14$

$= 44[28 - 14]$

$= 44 \times 14 = 616$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

5 *ABCD* ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು *P* ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿವೆ. ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ 11 ಸೆಂ.ಮೀ.ಗೆ ಸಮನಾದಾಗ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $= \pi r$

$11 = \pi r$

$11 = \frac{22}{7} \times r$

$\therefore \quad r = \frac{7}{2} = 3{\cdot}5$ cm. ½

2 ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 3{\cdot}5 \times 3{\cdot}5$

$= 11 \times 3{\cdot}5$

$= 38{\cdot}5$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ½

ABCD ಚೌಕದ ಬಾಹು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ

$\therefore$ ಬಾಹು $AB = 2 \times$ ತ್ರಿಜ್ಯ

$= 2 \times 3{\cdot}5$

$AB = 7$ cm ½

$\therefore$ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $ABCD$ = ಬಾಹು $\times$ ಬಾಹು

$= 7 \times 7$

$= 49$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ½

$\therefore$ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = *ABCD* ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ — 2 ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= 49 - 38{\cdot}5$ ½

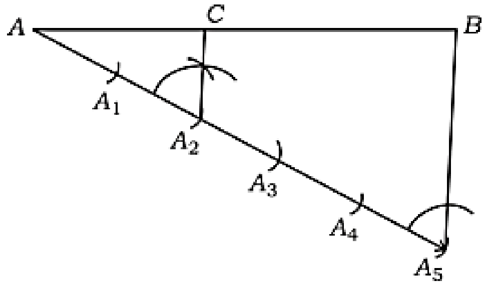
ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 10{\cdot}5$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ರಚನೆಗಳು

1 10 cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ರಚನೆಯಿಂದ 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :

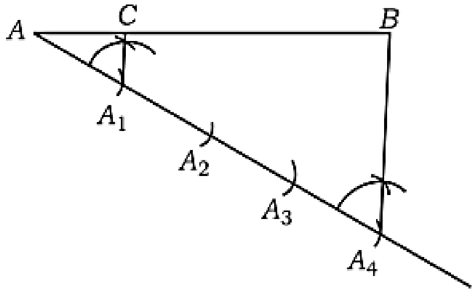


$AC : CB = 2 : 3$

10 cm ರೇಖಾಖಂಡ ರಚಿಸುವುದು	½
A ಯಲ್ಲಿ ಲಘುಕೋನ ರಚಿಸುವುದು	½
5 ಕಂಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು	½
$A_2C \parallel A_5B$ ರಚಿಸುವುದು	½

2 8·4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ರಚನೆಯಿಂದ 1 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :

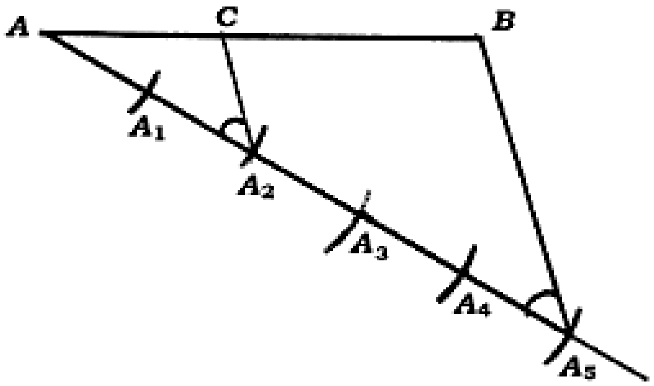


$AC : CB = 1 : 3$

3 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದನ್ನು 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

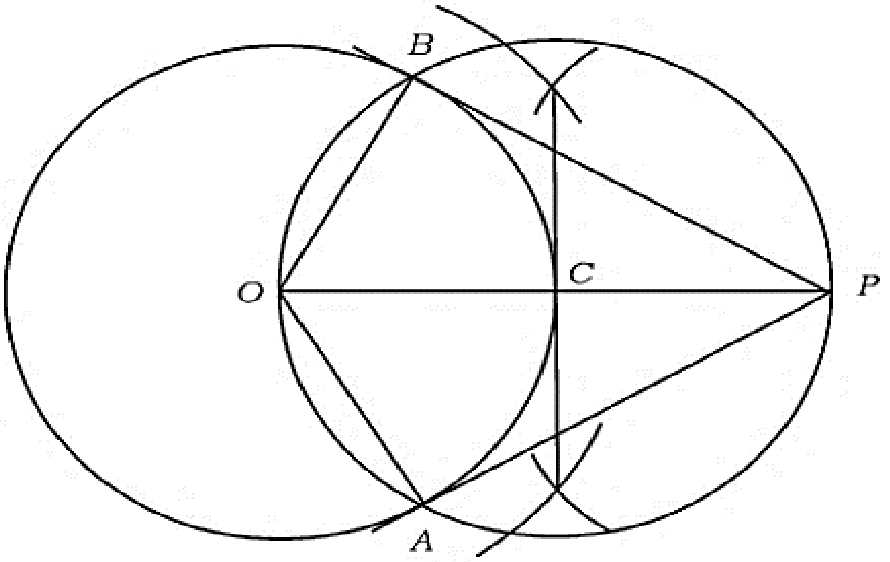
ಉತ್ತರ :

2 : 3   2 + 3 = 5



4 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಆದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. 2

ಉತ್ತರ :



i) ವೃತ್ತ ರಚನೆ — ½

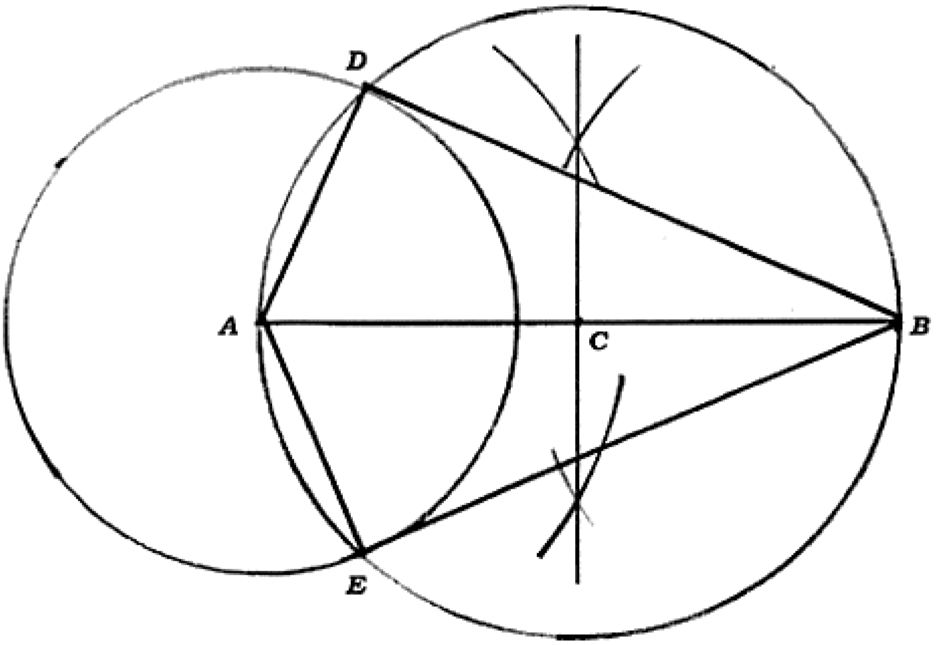
ii) $\overline{AB}$ ರೇಖಾಖಂಡದ ರಚನೆ — ½

iii) ಲಂಬಾರ್ಧಕದ ರಚನೆ — ½

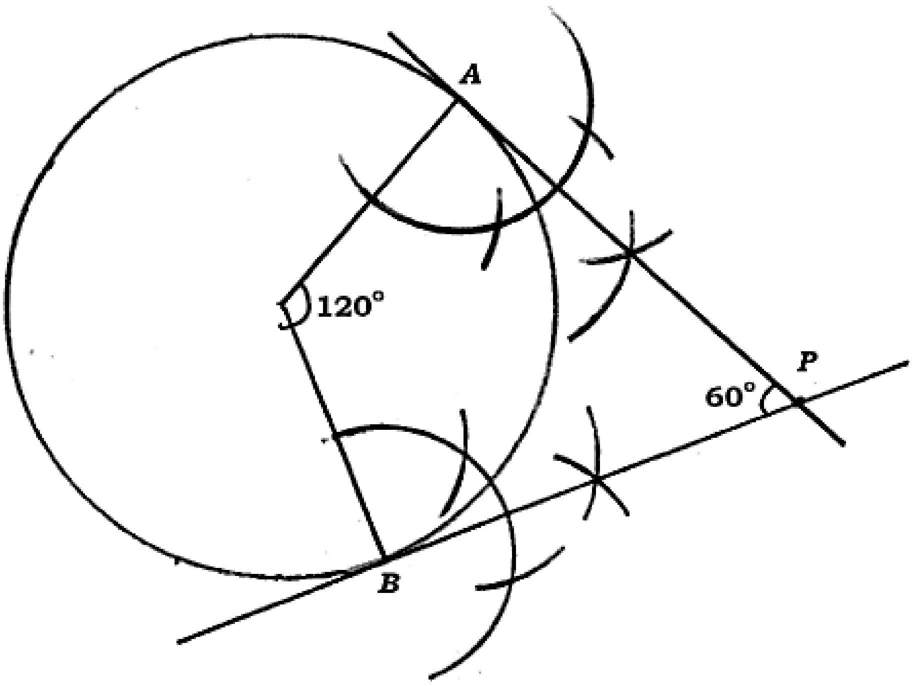
iv) ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ — ½

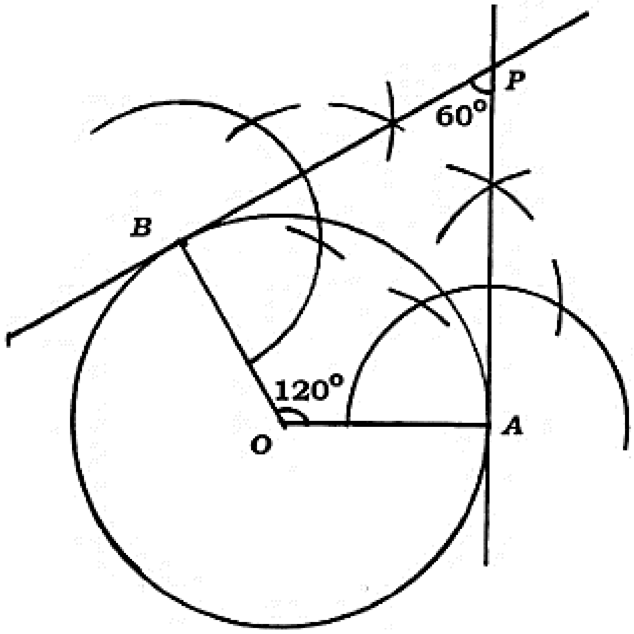
5 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :



Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

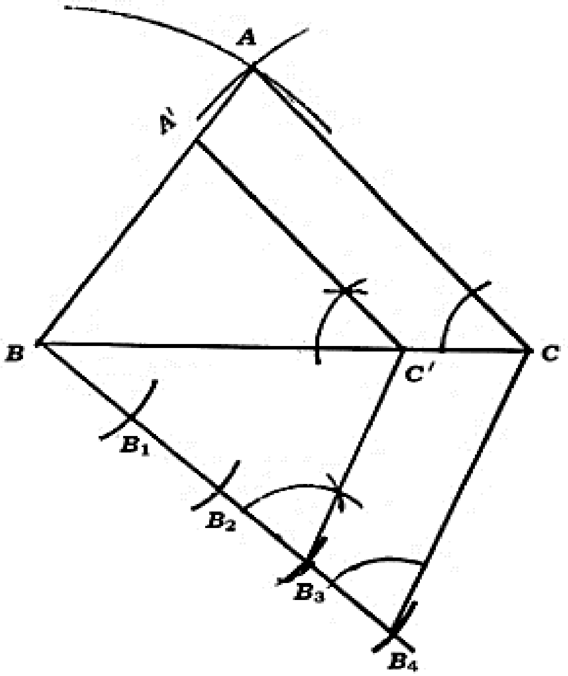
<table>
<tr>
<td>6</td>
<td>
4 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ = 180° – 60° = 120°
ಉತ್ತರ :


ವೃತ್ತ ರಚನೆಗೆ — ½
ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ 120° ಕೋನ ಗುರುತಿಸುವಿಕೆ — ½
ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ — 1
</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>
3 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
ಉತ್ತರ :


</td>
</tr>
</table>

8 6 ಸೆಂ.ಮೀ., 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಆದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

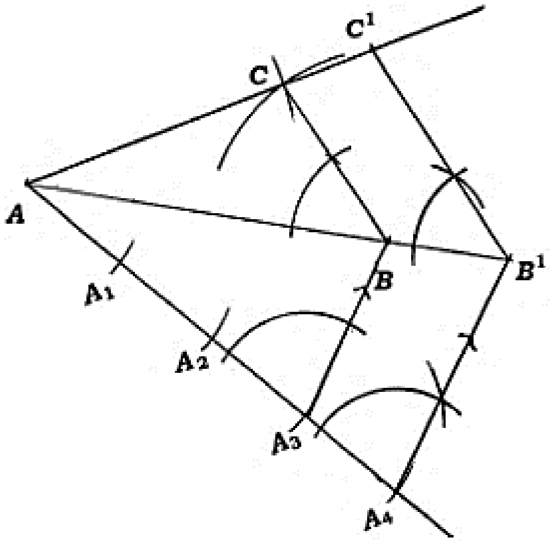
ಉತ್ತರ :



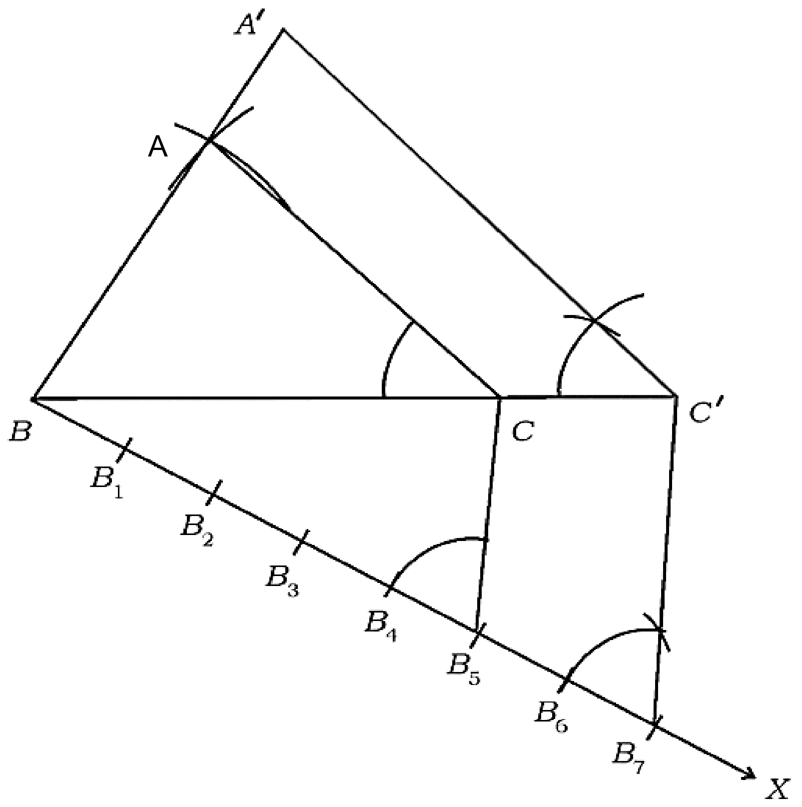
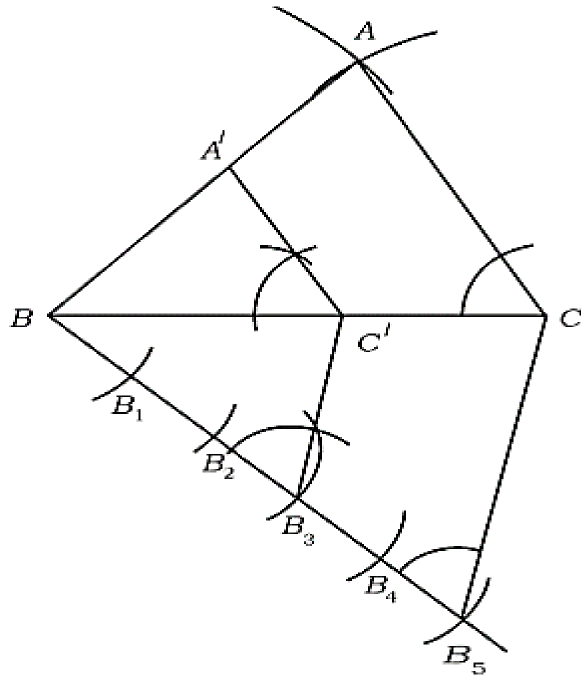
ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ	1
ಲಘುಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು	½
ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು (2 ಜೊತೆ)	½ + ½
$A'BC'$ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ	½

9 $BC = 3$ ಸೆಂ.ಮೀ., $AB = 6$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು $AC = 4{\cdot}5$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ, ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಆದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :



Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

10	5 ಸೆಂ.ಮೀ., 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. 3 **ಉತ್ತರ :** 
11	5 ಸೆಂ.ಮೀ., 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. 3 **ಉತ್ತರ :** 

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

12	**AB = 8 cm ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದನ್ನು 5 : 2 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.** **ಉತ್ತರ :**
13	**3 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರೆಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.** **ಉತ್ತರ :**
14	**3.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.** **ಉತ್ತರ :**

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

8	$BC = 6$ cm, $AB = 5$ cm ಮತ್ತು $AC = 4{\cdot}5$ cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ, ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. **ಉತ್ತರ :**
9	$4{\cdot}5$ cm, 6 cm ಮತ್ತು 8 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. **ಉತ್ತರ :**

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

10	**AB = 6 ಸೆಂ.ಮೀ. BC = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು $\angle B = 60^0$ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾವುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ABC ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{2}$ ರಷ್ಟು ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.** **ಉತ್ತರ :**
11	**ಪಾದ 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾವುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟು ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.** **ಉತ್ತರ :**

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

$P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವು $\sqrt{x^2 + y^2}$

$A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ $m_1 : m_2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$

$P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

(x_1, y_1), (x_2, y_2) ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

---

1 ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (3, 4) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. — 2

ಉತ್ತರ :

ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (0, 0) — ½

$(x_1, y_1) = (0, 0)$ $(x_2, y_2) = (3, 4)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ — ½

$= \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$ — ½

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$

$d = 5$ ಮಾನಗಳು — ½

---

2 ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು (– 8, 15) ಬಿಂದುವಿನ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಬಿಂದು (x, y) ನಡುವಿನ ದೂರ = $\sqrt{x^2 + y^2}$ — ½

ಇಲ್ಲಿ $(x, y) = (-8, 15)$

$\therefore \quad d = \sqrt{(-8)^2 + 15^2}$ — ½

$= \sqrt{64 + 225}$

$= \sqrt{289}$ — ½

$d = 17$ ಮಾನಗಳು — ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

4	(2, 3) ಮತ್ತು (4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** (2, 3) (4, 1) (x_1, y_1) (x_2, y_2) ದೂರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $d = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$ $d = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$ $d = \sqrt{4+4}$ $d = \sqrt{8}$ $d = 2\sqrt{2}$	2 ½ ½ ½ ½
5	(– 5, 7) ಮತ್ತು (– 1, 3) ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** $A(-5, 7) \Leftrightarrow (x, y_1)$ $B(-1, 3) \Leftrightarrow (x_2, y_2)$ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $AB = \sqrt{(-1-(-5))^2 + (3-7)^2}$ $= \sqrt{(-1+5)^2 + (-4)^2}$ $= \sqrt{4^2 + 4^2}$ $= \sqrt{16+16}$ $= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ cm $AB = 4\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು	 ½ ½ ½ ½
6	(2, 3) ಮತ್ತು (4, 7) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** (2, 3) (4, 7) (x_1, y_1) (x_2, y_2) ∴ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ $= \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$ $= \left[\frac{2+4}{2}, \frac{3+7}{2}\right]$ $= \left[\frac{6}{2}, \frac{10}{2}\right]$ $= [3, 5]$	 ½ ½ ½ ½

7

(5, 6) ಮತ್ತು (– 3, 8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

$(x_1, y_1) = (5, 6)$ $(x_2, y_2) = (-3, 8)$

$P(x, y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$ ½

$= \left[\frac{5-3}{2}, \frac{6+8}{2}\right]$ ½

$= \left[\frac{2}{2}, \frac{14}{2}\right]$ ½

$= [1, 7]$ ½

8

ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳು (1, – 1), (– 4, 6) ಮತ್ತು (– 3, – 5) ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

$(1, -1)$ $(-4, 6)$ $(-3, -5)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) ½

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$ ½

$= \frac{1}{2}[1(6-(-5)) + (-4)(-5-(-1)) + (-3)(-1-6)]$

$= \frac{1}{2}[11 + 16 + 21]$ ½

$= \frac{1}{2} \times 48$

$=$ 24 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ½

∴ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 24 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

9

$P(0, 4)$, $Q(3, 0)$ ಮತ್ತು $R(3, 5)$ ಇವುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ PQR ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

$P(0, 4)$, $Q(3, 0)$ $R(3, 5)$

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, x_3

$A = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$ 1

$= \frac{1}{2}[0(0-5) + 3(5-4) + 3(4-0)]$ ½

$= \frac{1}{2}[0(-5) + 3(1) + 3(4)]$ ½

$= \frac{1}{2}[0 + 3 + 12]$ ½

$= \frac{1}{2} \times 15$

$A = \frac{15}{2}$ ಅಥವಾ 7·5 ಚ.ಮಾನಗಳು ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

10	$A(-1, 7)$ ಮತ್ತು $B(4, -3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** $A(-1, 7)$, $B(4, -3)$, $2:3$ x_1, y_1 x_2, y_2 m_1 m_2 $P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$ 1 $= \left(\frac{2(4)+3(-1)}{2+3}, \frac{2(-3)+3(7)}{2+3}\right)$ ½ $= \left(\frac{8-3}{5}, \frac{-6+21}{5}\right)$ ½ $= \left(\frac{5}{5}, \frac{15}{5}\right)$ ½ $P(x,y) = (1,3)$ ½
11	$A(-6, 10)$ ಮತ್ತು $B(3, -8)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ AB ಯನ್ನು $P(-4, 6)$ ಬಿಂದುವು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ : ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ $P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$ ½ $(-4,6) = \left(\frac{3m_1-6m_2}{m_1+m_2}, \frac{-8m_1+10m_2}{m_1+m_2}\right)$ 'x' ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸಿದಾಗ, $-4 = \frac{3m_1-6m_2}{m_1+m_2}$ ½ $-4m_1-4m_2 = 3m_1-6m_2$ $6m_2-4m_2 = 3m_1+4m_1$ ½ $2m_2 = 7m_1$ $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7}$ $\therefore\ m_1:m_2 = 2:7$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

12 $A(1, 1)$, $B(3, 2)$ ಮತ್ತು $C(5, 3)$. ಈ ಬಿಂದುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :

$A(1, 1)$, $B(3, 2)$, $C(5, 3)$

ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$ ½

ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[1(2-3) + 3(3-1) + 5(1-2)]$ ½

$= \frac{1}{2}[1(-1) + 3(2) + 5(-1)]$

$= \frac{1}{2}[-1 + 6 - 5]$

$= \frac{1}{2}[0] = 0$

ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಶೂನ್ಯವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $A(1, 1)$, $B(3, 2)$ ಮತ್ತು $C(5, 3)$ ಗಳು ΔABC ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ :

ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ½

$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ ಮಾನಗಳು

$BC = \sqrt{(5-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ ಮಾನಗಳು

$AC = \sqrt{(5-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16+4}$

$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ಮಾನಗಳು ½

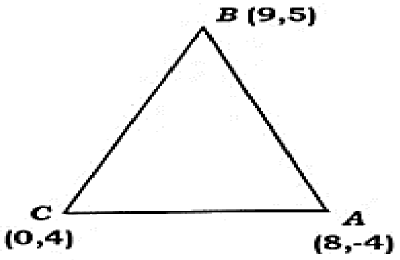
$\therefore \quad \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

ಅಂದರೆ $AB + BC = AC$ ½

$\therefore$ A, B, C ಸರಳರೇಖಾಗತ ಬಿಂದುಗಳು

$\therefore$ ΔABC ಯ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ½

13 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳು $A(8, -4)$, $B(9, 5)$ ಮತ್ತು $C(0, 4)$ ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಅದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



½

$A(8, -4)$, $B(9, 5)$, $C(0, 4)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AB = \sqrt{(9-8)^2 + (5-(-4))^2} = \sqrt{1^2 + 9^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82}$ ½

$BC = \sqrt{(9-0)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{9^2 + (-1)^2} = \sqrt{81+1} = \sqrt{82}$ ½

$CA = \sqrt{(0-8)^2 + (4-(-4))^2} = \sqrt{(-8)^2 + 8^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{128}$

½

ಇಲ್ಲಿ $\overline{AB} = \overline{BC}$ ½

$\sqrt{82}$ ಸೆಂ.ಮೀ. = $\sqrt{82}$ ಸೆಂ.ಮೀ.

$\therefore$ ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

14	ಮೂಲಬಿಂದು ಮತ್ತು $(-6,8)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :	ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $(7,24)$ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
15	$(2,3)$ ಮತ್ತು $(6,6)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :	$(2,5)$ ಮತ್ತು $(-3,-7)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಉತ್ತರ :
16	$A(1,1)$, $B(2,3)$ & $C(4,5)$ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಉತ್ತರ :	

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

17	$A(1,6), B(3,2)$ & $C(5,4)$ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
18	$(-3,12)$, $(7, 6)$ ಮತ್ತು $(x,9)$ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳ ರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
19	$P(2, 3)$, $Q(4, k)$ ಮತ್ತು $R(6, -3)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ 'k' ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

20	$(2,1)$ ಮತ್ತು $\mathbf{B}(7,6)$ *ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು* $3:2$ *ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.* ಉತ್ತರ :
21	$(-3,5)$ ಮತ್ತು $(4,-9)$ *ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು* $1:6$ *ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.* ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

22	$A(-3,-1)$ ಮತ್ತು $B(-8,9)$ *ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು* $P(2,5)$ *ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.* ಉತ್ತರ :
23	$(3,0)$ $(6,4)$ $(-1,3)$ ಬಿಂದುಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

<u>ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ :</u> a ಮತ್ತು b ಎಂಬ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ , $a = bq + r$ ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ $0 \le r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, ಮ.ಸಾ.ಅ $(a, b) \times$ ಲ.ಸಾ.ಅ $(a, b) = a \times b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $x = \frac{p}{q}$ (ಇಲ್ಲಿ p, q ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು) ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, q ನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. (n, m ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು)

---

1 ಯೂಕ್ಲಿಡನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ 306 ಮತ್ತು 657 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

$$a = bq + r$$

```
      2
306 | 657
      612
      ---
       45
```
$657 = (306 \times 2) + 45$ ½

```
      6
45  | 306
      270
      ---
       36
```
$306 = (45 \times 6) + 36$ ½

```
      1
36  | 45
      36
      --
       9
```
$45 = (36 \times 1) + 9$ ½

```
      4
9   | 36
      36
      --
       0
```
$36 = (9 \times 4) + 0$ ½

∴ (306, 657) ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 9

---

2 ಮ.ಸಾ.ಅ. (306, 657) ಮತ್ತು 12 ಇವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) (306, 657) ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.

```
 3 | 306
 2 | 102
 3 | 51
17 | 17
   | 1
```
$306 = \boxed{3} \times \boxed{3} \times 2 \times 17$

```
 3 | 657
 3 | 219
73 | 73
   | 1
```
$306 = \boxed{3} \times \boxed{3} \times 73$

1½

(306, 657) ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. = 3 × 3 = 9 ½

ii) 9 ಮತ್ತು 12 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ.

```
3 | 9, 12
3 | 3, 4
4 | 1, 4
  | 1, 1
```
∴ 9 ಮತ್ತು 12 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. = 3 × 3 × 4 = 36 ½

9 ಮತ್ತು 12 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. = 36 ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

3	ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ 24 ಮತ್ತು 40 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಂತರ ಮ.ಸಾ.ಅ. (24, 40) ಮತ್ತು 20 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ***ಉತ್ತರ :*** a = 40, b = 24 ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ, $a = bq + r$ $\quad 0 \leq r < b$ ½ i) $40 = 24 \times 1 + 16$ ii) $24 = 16 \times 1 + 8$ iii) $16 = \boxed{8} \times 2 + 0$ 1 ∴ 40 ಮತ್ತು 24 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 8 ½ 8 ಮತ್ತು 20 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$ ½ ∴ ಲ.ಸಾ.ಅ. (8, 20) = $2^3 \times 5$ = 8×5 ಲ.ಸಾ.ಅ. (8, 20) = 40 ½
4	$\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ***ಉತ್ತರ :*** $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ ½ ∴ $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು, $q \neq 0$ ∴ $p = \sqrt{5}\, q$ ½ ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ, $p^2 = 5q^2$ ... (i) ⇒ 5 ಇದು p^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ½ 5 ಇದು p ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ∴ $p = 5k$ $p^2 = 25k^2$ ... (ii) ½ ಸಮೀಕರಣ (i) ಮತ್ತು (ii) ರಿಂದ $5q^2 = 25k^2$ $q^2 = 5k^2$ ∴ 5 ಇದು q^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ∴ 5 ಇದು q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ½ 'p' ಮತ್ತು 'q' ಗಳು 5 ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿವೆ. ∴ ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ. ∴ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

5	$3+\sqrt{5}$ ನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. **ಉತ್ತರ :** $3+\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ $3+\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ ಇಲ್ಲಿ $p, q \in z,\ q \neq 0$ $\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$ $\sqrt{5} = \frac{p-3q}{q}$ p ಮತ್ತು q ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\frac{p-3q}{q}$ ಯು ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಅಂತೆಯೇ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬ ಸತ್ಯ ಸಂಗತಿಗೆ ಇದು ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, $3+\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.	2 ½ ½ ½
6	**$3\sqrt{5}$** ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಉತ್ತರ : $3\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ. $3\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ ಇಲ್ಲಿ $p, q \in z,\ q \neq 0$ $\sqrt{5} = \frac{p}{3q}$ p ಮತ್ತು q ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\frac{p}{3q}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬ ಸತ್ಯಸಂಗತಿಗೆ ಇದು ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, $3\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.	
7	$5-\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಉತ್ತರ :	2

8	$5\sqrt{7}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಉತ್ತರ :
9	$\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

10	ಯೂಕ್ಲಿಡನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ 135 ಮತ್ತು 225 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
11	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ 135 ಮತ್ತು 225 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
12	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ 12, 15 ಮತ್ತು 21 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ. ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ಡಿಗ್ರಿ 1 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯೇ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ.

ಡಿಗ್ರಿ 2 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯೇ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ.

ಡಿಗ್ರಿ 3 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯೇ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ.

x ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax + b$ (ಇಲ್ಲಿ a, b ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

x ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax^2 + bx + c$ (ಇಲ್ಲಿ a, b, c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

x ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (ಇಲ್ಲಿ a, b, c, d ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax + b$ ಯ ಶೂನ್ಯತೆ $= \frac{-b}{a}$

ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax^2 + bx + c$ ಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿದ್ದರೆ,

- ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
- ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

α, β, γ ಗಳು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,

- $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$,
- $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$,
- $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$.

ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$. ಆಗುತ್ತದೆ.

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ 3 ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

n ಡಿಗ್ರಿಯುಳ್ಳ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ n ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿ $p(x) = g(x)q(x) + r(x)$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಭಾಜಕ $g(x) = \frac{p(x) - r(x)}{q(x)}$

---

1 $p(x) = x^2 + 14x + 48$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

$p(x) = x^2 + 14x + 48$

$x^2 + 14x + 48 = 0$ 48 → 6, 8   ½

$(x + 6)(x + 8) = 0$ ½

$x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$ ½

$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$

-6 ಮತ್ತು -8 ನೀಡಲಾದ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿವೆ. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

2	$P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು $(x - 3)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವನ್ನು, ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ, ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಶೇಷವು $P(3)$ ½ $\therefore \quad P(3) = (3)^3 + 3(3)^2 - 5(3) + 8$ ½ $= 27 + 27 - 15 + 8$ $= 62 - 15$ $= 47$ ½ $\therefore$ ಶೇಷ $P(3) = 47$ ½
3	$P(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ನ್ನು $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2 **ಉತ್ತರ :** ಭಾಗಲಬ್ಧ: $3x - 5$ $x^2 + 2x + 1 \;)\; 3x^3 + x^2 + 2x + 5 \;($ $3x^3 + 6x^2 + 3x$ 1 (−) (−) (−) $-5x^2 - x + 5$ $-5x^2 - 10x - 5$ (+) (+) (+) $9x + 10$ ಭಾಗಲಬ್ಧ $= 3x - 5$ ½ ಶೇಷ $= 9x + 10$ ½
4	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$ ನ್ನು, ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^2 + 3x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಹಾಗೂ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಉತ್ತರ : ಭಾಗಲಬ್ಧ: $3x^2 - 4x + 2$ $x^2 + 3x + 1 \;)\; 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$ $3x^4 + 9x^3 + 3x^2$ (−) (−) (−) $-4x^3 - 10x^2 + 2x + 2$ $-4x^3 - 12x^2 - 4x$ (+) (+) (+) $2x^2 + 6x + 2$ $2x^2 + 6x + 2$ (−) (−) (−) 0 ಭಾಗಲಬ್ಧ $= 3x^2 - 4x + 2$ ಮತ್ತು ಶೇಷ $= 0$ ಶೇಷವು 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

5	$p(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$. ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ ಡಿಗ್ರಿ ಇರುವ ಯಾವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು $g(x) = x^2 - 3x + 1$ ರಿಂದ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ***ಉತ್ತರ :*** $p(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ $g(x) = x^2 - 3x + 1$ $x^2 - 3x + 1)\ x^3 - 2x^2 + 3x + 4 \ (x + 1$ $x^3 - 3x^2 + x$ ½ (–) (+) (–) $x^2 + 2x + 4$ ½ $x^2 - 3x + 1$ (–) (+) (–) $5x + 3$ ½ $\therefore$ $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ ರಿಂದ $5x + 3$ ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು $g(x)$ ನಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ½
6	$p(x) = x^2 - 6x + k$. ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯ ಎರಡರಷ್ಟು ಆದಾಗ, 'k' ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ***ಉತ್ತರ :*** $P(x) = x^2 - 6x + k$ α ಮತ್ತು β ಗಳು $P(x)$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿರಲಿ. ದತ್ತ ನಿಬಂಧನೆಯ ಪ್ರಕಾರ, $\beta = 2\alpha$ ½ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ ½ $\alpha + 2\alpha = \frac{-(-6)}{1}$ $\alpha + 2\alpha = 6$ $3\alpha = 6$ $\alpha = \frac{6}{3}$ $\alpha = 2$ ... (i) ½ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$ $\alpha(2\alpha) = \frac{k}{1}$ $2\alpha^2 = k$ $2(2)^2 = k$ $\because$ (i) ರಿಂದ $8 = k$ ½ $\therefore$ $k = 8$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

7	$P(x) = ax^2 + bx + c$ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ -3 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 2 ಆದರೆ, $b + c = 5a$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 2 **ಉತ್ತರ :** α ಮತ್ತು β ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $P(x)$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿರಲಿ $\alpha + \beta = -3$ ½ $-\frac{b}{a} = -3$ $-b = -3a$ $b = 3a$ ... (i) ½ $\alpha\beta = 2$ $\frac{c}{a} = 2$ $c = 2a$ ... (ii) ½ (i) + (ii) $b + c = 3a + 2a$ $b + c = 5a$ ½
8	$P(x) = 2x^2 - 6x + k$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $P(x) = 2x^2 - 6x + k$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಗಳಾಗಿರಲಿ. $P(x) = ax^2 + bx + c$ $\boxed{a = 2}$ $\boxed{b = -6}$ $\boxed{c = k}$ $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ $\alpha + \beta = \frac{-(-6)}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha + \beta = 3}$ ½ $\alpha \times \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \boxed{\alpha \times \beta = \frac{k}{2}}$ ½ $\therefore (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \times (\alpha \times \beta)$ ½ $3 = \frac{1}{2} \times \frac{k}{2}$ $3 \times 2 \times 2 = k$ $\therefore \boxed{k = 12}$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

9	$x^2 - x - (2k + 2)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯು -4 ಆದರೆ, k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** $p(x) = x^2 - x - (2k + 2)$ ಆಗಿರಲಿ -4, $p(x)$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಯಾದಾಗ, $\therefore \quad p(-4) = 0$ ½ $p(x) = x^2 - x - (2k + 2)$ $0 = (-4)^2 - (-4) - (2k + 2)$ ½ $0 = 16 + 4 - 2k - 2$ ½ $0 = 18 - 2k$ $\Rightarrow \quad 2k = 18$ ಅಥವಾ $k = \frac{18}{2} = 9$ ½
10	**ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^4 - 3x^2 + 4x + 5$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^2 + 1 - x$ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು
ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು	x ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax^2+bx+c=0$ (ಇಲ್ಲಿ a, b, c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$) ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ $=b^2-4ac$ $ax^2+bx+c=0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ❖ $b^2-4ac>0$ ಆದರೆ, ಎರಡು ಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ❖ $b^2-4ac=0$ ಆದರೆ, ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ❖ $b^2-4ac<0$ ಆದರೆ, ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ. $ax^2+bx+c=0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $b^2-4ac=0$ ಆದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು $x=\frac{-b}{2a}$ ಅಥವಾ $x=\frac{-b}{2a}$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ. $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $b=0$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=c$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $c=0$ ಆದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಮೂಲ ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
1	$2x^2-5x-1=0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** $2x^2-5x-1=0$ $ax^2+bx+c=0$ $a=2$ $b=-5$ $c=-1$ ½ ಶೋಧಕ $\Delta=b^2-4ac$ $\Delta=(-5)^2-4(2)(-1)$ ½ $\Delta=25+8$ $\Delta=33$ $\therefore$ $\Delta>0$ ½ $\therefore$ ಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲ ಹೊಂದಿದೆ. ½
2	$x^2-2x+3=0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಊಹಾಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿ. 2 $x^2-2x+3=0$ $ax^2+bx+c=0$ $\therefore$ $a=1,\ b=-2,\ c=3$ ½ ಆದರೆ, ಶೋಧಕ $=b^2-4ac$ $\therefore$ $b^2-4ac=(-2)^2-4(1)(3)$ $=4-12$ ½ $=-8$ $b^2-4ac<0$ ½ $\therefore$ ಮೂಲಗಳು ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿಲ್ಲ) ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

3	$4x^2 - 4x + 1 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	2
	ಉತ್ತರ :	
	$4x^2 - 4x + 1 = 0$	
	$ax^2 + bx + c = 0$	
	$a = 4, \quad b = -4, \quad c = 1$	½
	$\Delta = b^2 - 4ac$	½
	$\Delta = (-4)^2 - 4(4)(1)$	
	$\Delta = 16 - 16$	½
	$\Delta = 0$	
	$\therefore$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮವಾಗಿವೆ.	½
4	$2x^2 - 5x + 3 = 0$. ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.	
	ಉತ್ತರ :	
	$2x^2 - 5x + 3 = 0$	
	$a = 2 \quad b = -5 \quad c = 3$	½
	ಶೋಧಕ $(D) = b^2 - 4ac$	½
	$= (-5)^2 - 4(2)(3)$	
	$= 25 - 24$	
	$D = 1$	½
	ಶೋಧಕ $(D) > 0$	
	$\therefore$ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.	½
5	$x^2 + 4x + 4 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.	
	ಉತ್ತರ :	
	$x^2 + 4x + 4 = 0$	
	$ax^2 + bx + c + 0$	
	$a = 1, \ b = 4, \ c = 4$	
	ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$	½
	$= 4^2 - 4(1)(4)$	½
	$= 16 - 16$	
	$= 0$	½
	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ : ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳು.	½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

6	$x^2 - 7x + 12 = 0$ ಈ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.	2
	$x^2 - 7x + 12 = 0$	
	$ax^2 + bx + c = 0$	
	$a = 1, \quad b = -7, \quad c = 12$	
	$\therefore \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	½
	$= \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 12}}{2 \times 1}$	½
	$= \dfrac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2}$	
	$= \dfrac{7 \pm 1}{2}$	½
	ಮೂಲಗಳು $\dfrac{7+1}{2}$ ಅಥವಾ $\dfrac{7-1}{2}$	
	$\dfrac{8}{2}$ ಅಥವಾ $\dfrac{6}{2}$	
	ಮೂಲಗಳು $x = 4$ ಅಥವಾ $x = 3$.	½
7	$2x^2 - 5x + 3 = 0$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.	2
	ಉತ್ತರ :	
	$ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ	
	$a = 2 \quad b = -5 \quad c = 3$	
	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	½
	$x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$	½
	$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$	
	$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{1}}{4}$	
	$x = \dfrac{5 \pm 1}{4}$	
	$x = \dfrac{5+1}{4}$, $\quad$ $x = \dfrac{5-1}{4}$	½
	$x = \dfrac{6}{4}$ $\quad$ $x = \dfrac{4}{4}$	
	$x = \dfrac{3}{2}$ $\quad$ $x = 1$	½

8	$x^2 - 12x + 27 = 0$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ. **ಉತ್ತರ :** $a = 1,\ b = -12,\ c = 27$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(27)}}{2(1)}$ $x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 108}}{2}$ $x = \frac{12 \pm \sqrt{36}}{2}$ $x = \frac{12 \pm 6}{2}$ $x = \frac{12+6}{2}$ ಅಥವಾ $x = \frac{12-6}{2}$ $x = \frac{18}{2}$ ಅಥವಾ $x = \frac{6}{2}$ $x = 9$ ಅಥವಾ $x = 3$	 ½ ½ ½ ½
9	$x^2 - 3x + 1 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** $x^2 - 3x + 1 = 0$ $a = 1,\ b = -3,\ c = 1$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$ $= \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ಅಥವಾ $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	 ½ ½ ½ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

10	$4x^2 - 12x + 9 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
11	$3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಉತ್ತರ :
12	k ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ $2x^2 + kx + 3 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ? ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

13	$x^2 + 5x + 2 = 0$ ಇದರ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
14	ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ $x^2 + 7x + 12 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2 ಉತ್ತರ :

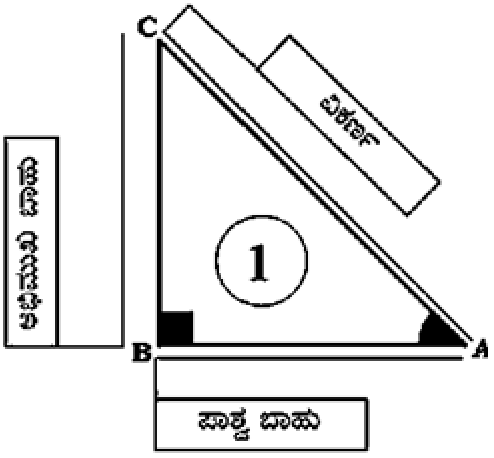
Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

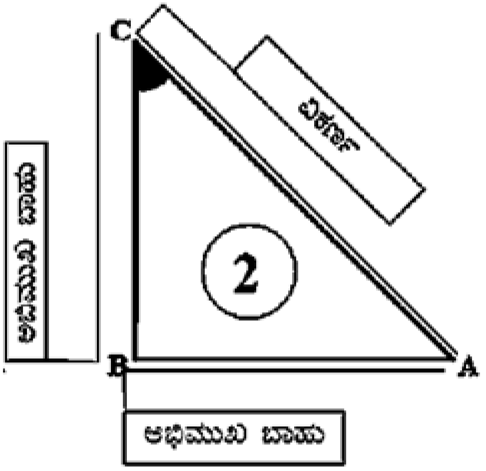
15	$m^2 - 2m = 2$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ. ಉತ್ತರ :
16	$2x^2 - 7x + 3 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು





ತ್ರಿಕೋನ ಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು		ತ್ರಿಭುಜ 1	ತ್ರಿಭುಜ 2
SinA	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{AB}{AC}$
CosA	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AB}$
Tan A	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AB}{BC}$
CosecA	ವಿಕರ್ಣ / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	$\frac{AC}{BC}$	$\frac{AC}{AB}$
SecA	ವಿಕರ್ಣ / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{AC}{BC}$
CotA	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	$\frac{AB}{BC}$	$\frac{BC}{AB}$

ತ್ರಿಕೋನ ಮಿತಿಯ ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತಗಳು		
$\frac{1}{SinA}$	ವಿಕರ್ಣ / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	CosecA
$\frac{1}{CosA}$	ವಿಕರ್ಣ / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	SecA
$\frac{1}{Tan A}$	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	CotA
$\frac{1}{CosecA}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	SinA
$\frac{1}{SecA}$	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	SecA
$\frac{1}{CotA}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	CotA

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ ಮತ್ತು $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	N.D
$\operatorname{cosec} A$	N.D	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	N.D
$\cot A$	N.D	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

0° ಮತ್ತು 90° ನಡುವಿನ ಕೋನ A ದ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಸಂಬಂಧಗಳು

$\sin(90^o - A) = \cos A$ ಮತ್ತು $\cos(90^o - A) = \sin A$

$\tan(90^o - A) = \cot A$ ಮತ್ತು $\cot(90^o - A) = \tan A$

$\operatorname{cosec}(90^o - A) = \sec A$ ಮತ್ತು $\sec(90^o - A) = \operatorname{cosec} A$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು :–

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ ಅಥವಾ $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

$1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$ ಅಥವಾ $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

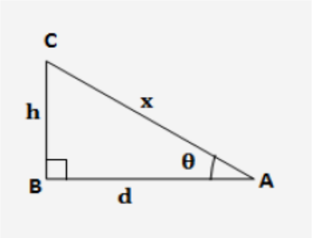
$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$

$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = (1 + \sin A)(1 - \sin A)$

$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$

$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು



ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = \theta$ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಆದರೆ,

- ಎತ್ತರ $h = \tan\theta \times d$
- ದೂರ $d = \cot\theta \times h$
- ಇಳಿಜಾರಿನ ಉದ್ದ $x = \frac{h}{\sin\theta}$ ಅಥವಾ ಇಳಿಜಾರಿನ ಉದ್ದ $x = \frac{d}{\cos\theta}$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

1

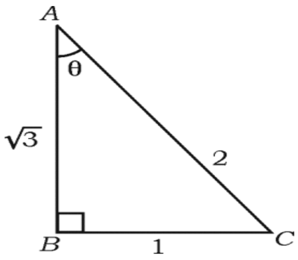
ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ◺ ABC ಯಲ್ಲಿ 'θ' ಒಂದು ಲಘುಕೋನವಾಗಿದೆ. 'θ' ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ :

(a) $\sin\theta$

(b) $\cos\theta$

(c) $\operatorname{cosec}\theta$

(d) $\sec\theta$.



ಉತ್ತರ :

a) $\sin\theta = \dfrac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{1}{2}$ ½

b) $\cos\theta = \dfrac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ½

c) $\operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\sin\theta} = 2$ ½

d) $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ ½

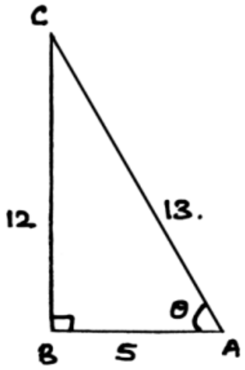
2

$\cos\theta = \dfrac{5}{13}$ ಆದರೆ, $\dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

$\cos\theta = \dfrac{5}{13} = \dfrac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \dfrac{AB}{AC}$

◺ ABC ಯಲ್ಲಿ $A\hat{B}C = 90°$



$\therefore\ BC^2 = AC^2 - AB^2$

$\therefore\ BC = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

$\therefore\ \sin\theta = \dfrac{12}{13}.$

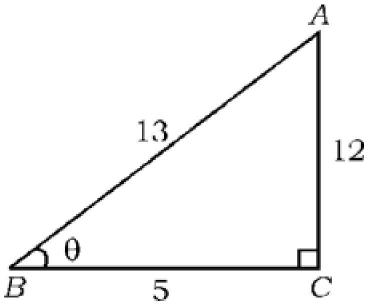
$\therefore\ \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = \dfrac{\frac{12}{13} + \frac{5}{13}}{\frac{12}{13} - \frac{5}{13}}$

$= \dfrac{17}{\cancel{13}} \times \dfrac{\cancel{13}}{7} = \dfrac{17}{7}$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

3 $\sin\theta = \frac{12}{13}$ ಆದರೆ, cos θ ಮತ್ತು tan θ ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **2**

ಉತ್ತರ :



½

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$13^2 = 12^2 + BC^2$

$169 = 144 + BC^2$

$BC^2 = 169 - 144$

$BC^2 = 25 \qquad BC = \sqrt{25}$

$BC = 5$ ½

$\cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}$ ½

$\tan\theta = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{5}$ ½

4 $\tan A = \frac{3}{4}$ ಆದರೆ, sin A ಮತ್ತು cos A ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **2**

ಉತ್ತರ :

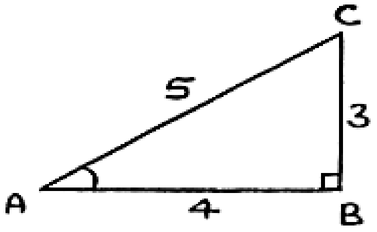
$\triangle ABC, \quad A\hat{B}C = 90^\circ$

$\therefore \quad AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 4^2 + 3^2$

$= 16 + 9 = 25$

$\therefore \quad AC = 5$ 1



$\therefore \quad \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$ ½

$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$ ½

5 $\sqrt{3}\tan\theta = 1$ ಮತ್ತು 'θ' ಲಘುಕೋನವಾದಾಗ $\sin 3\theta + \cos 2\theta$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

$\sqrt{3}\tan\theta = 1$

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ½

$\tan\theta = \tan 30^\circ$

$\theta = 30^\circ$

$\sin 3\theta = \sin 3 \times 30^\circ = \sin 90^\circ = 1$

$\cos 2\theta = \cos 2 \times 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 1

$\sin 3\theta + \cos 2\theta = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

$\sin 3\theta + \cos 2\theta = \frac{3}{2}$ ½

6	$\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$ ಆಗಿದ್ದು, $2A$ ಒಂದು ಲಘುಕೋನವಾಗಿದೆ. A ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	2
	ಉತ್ತರ :	
	$\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$	
	$\cot(90^\circ - 2A) = \cot(A - 18^\circ)$	½
	$\Rightarrow \quad 90^\circ - 2A = A - 18^\circ$	½
	$\Rightarrow \quad 3A = 90^\circ + 18^\circ = 108^\circ$	½
	$A = \dfrac{108^\circ}{3} = 36^\circ$	½
7	ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ : $\dfrac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ} + \dfrac{\sin 25^\circ}{\cos 65^\circ}$	2
	ಉತ್ತರ :	
	$\dfrac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ} + \dfrac{\sin 25^\circ}{\cos 65^\circ}$	
	$\cot A = \tan(90 - A)$ | $\sin A = \cos(90 - A)$	½
	$\cot 25 = \tan(90 - 25)$ | $\sin 25^\circ = \cos(90 - 25)$	
	$\cot 25^\circ = \tan 65^\circ$ | $\sin 25^\circ = \cos 65^\circ$	½
	$\therefore \quad \dfrac{\tan 65^\circ}{\tan 65^\circ} + \dfrac{\cos 65^\circ}{\cos 65^\circ}$	½
	$= 1 + 1$	
	$= 2$	½
8	$\dfrac{\sin 36^\circ}{\cos 54^\circ} - \dfrac{\sin 54^\circ}{\cos 36^\circ}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	2
	ಉತ್ತರ :	
	$\dfrac{\sin 36^\circ}{\cos 54^\circ} - \dfrac{\sin 54^\circ}{\cos 36^\circ}$	
	$= \dfrac{\cos(90^\circ - 36^\circ)}{\cos 54^\circ} - \dfrac{\cos(90^\circ - 54^\circ)}{\cos 36^\circ}$	½
	$\because \quad \sin A = \cos(90^\circ - A)$	
	$= \dfrac{\cos 54^\circ}{\cos 54^\circ} - \dfrac{\cos 36^\circ}{\cos 36^\circ}$	½
	$= 1 - 1$	½
	$= 0$	½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

9 $\sec\theta\,(1-\sin\theta)\,(\sec\theta+\tan\theta) = 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :

LHS = $\sec\theta(1-\sin\theta)\,(\sec\theta+\tan\theta)$

$= \dfrac{1}{\cos\theta}(1-\sin\theta)\left(\dfrac{1}{\cos\theta}+\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)$ — 1

$= \dfrac{(1-\sin\theta)}{\cos\theta}\times\dfrac{(1+\sin\theta)}{\cos\theta}$ — ½

$= \dfrac{1-\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$ — ½

$= \dfrac{1-\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$ $[\because 1-\sin^2\theta=\cos^2\theta]$ — ½

$= 1$ — ½

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S

10 $\left(\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\right) = (\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta)^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. — 2

ಉತ್ತರ :

L.H.S. $= \left(\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)$

$= \dfrac{(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)}\times\dfrac{(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)}$ — ½

$= \dfrac{(1+\cos\theta)^2}{1^2-\cos^2\theta}$

$= \dfrac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}$ — ½

$= \left(\dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

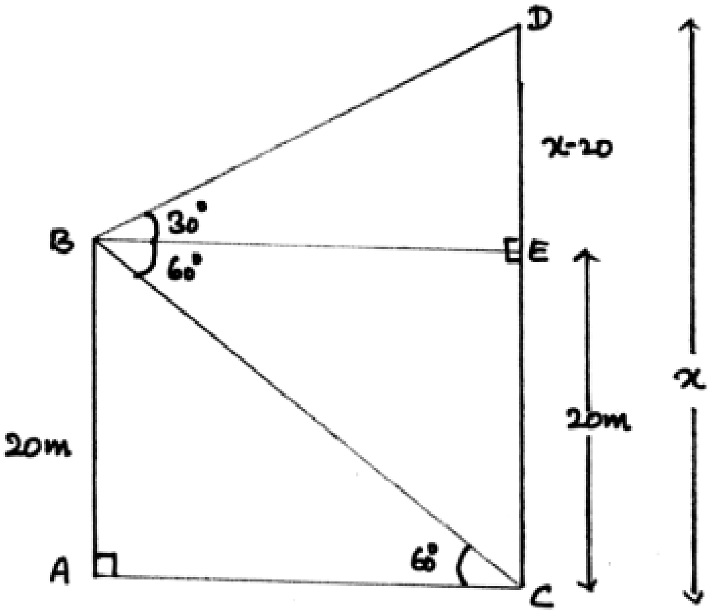
$= \left(\dfrac{1}{\sin\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$ — ½

$\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = (\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta)^2$ = R.H.S. — ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

11	cosec A (1 – cos A) (cosec A + cot A) = 1 ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. **ಉತ್ತರ :** cosec A (1 – cos A) (cosec A + cot A) = 1 (LHS) (RHS) LHS = $\frac{1}{\sin A}(1-\cos A)\left(\frac{1}{\sin A}+\frac{\cos A}{\sin A}\right)$ ½ $= \frac{1-\cos A}{\sin A}\left(\frac{1+\cos A}{\sin A}\right)$ ½ $= \frac{1-\cos^2 A}{\sin^2 A}$ ½ $= \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 1$ ½ ∴ LHS = RHS.
12	$\frac{\tan A-\sin A}{\tan A+\sin A} = \frac{\sec A-1}{\sec A+1}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. **ಉತ್ತರ :** $\frac{\tan A-\sin A}{\tan A+\sin A} = \frac{\sec A-1}{\sec A+1}$ LHS RHS LHS = $\frac{\tan A-\sin A}{\tan A+\sin A}$ ½ $= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}-\sin A}{\frac{\sin A}{\cos A}+\sin A}$ ½ $= \frac{\sin A\left[\frac{1}{\cos A}-1\right]}{\sin A\left[\frac{1}{\cos A}+1\right]}$ ½ $= \frac{\sec A-1}{\sec A+1}$ ½ ∴ LHS = RHS.

13	20 ಮೀ. ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲಿನಿಂದ ನೆಲಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಕಂಬದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30° ಆಗಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಅದೇ ಕಂಬದ ಪಾದವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 60° ಆದರೆ, ಕಂಬದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



½

$\triangle BED$ ಯಲ್ಲಿ $D\hat{B}E = 30°$

$\therefore \tan 30° = \frac{DE}{BE}$ ½

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x-20}{BE}$

$\therefore BE = \sqrt{3}\,(x-20)$ ½

$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $A\hat{C}B = 60°$

$\therefore \tan 60° = \frac{AB}{AC}$ ½

$\sqrt{3} = \frac{20}{\sqrt{3}\,(x-20)}$ ½

$3\,(x-20) = 20$

$3x-60 = 20$

$\therefore 3x = 80$

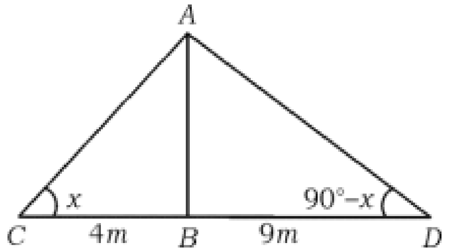
$x = \frac{80}{3} = 26{\cdot}6$ ಮೀ. (ಅಂದಾಜು)

ಕಂಬದ ಎತ್ತರ $= 26{\cdot}6$ ಮೀ. (ಅಂದಾಜು) ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

14	ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ 4 ಮೀ. ಮತ್ತು 9 ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿ ಗೋಪುರದ ಬದಿಗೆ ಒಂದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಗೋಪುರದ ಮೇಲ್ತುದಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

ಉತ್ತರ :



½

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ AB ಆಗಿರಲಿ

$\angle ACB = x^o$

$\therefore \angle ADB = 90^o - x$ ½

$\Delta\ ABC$ ನಲ್ಲಿ

$\tan x = \frac{AB}{BC}$

$\tan x = \frac{AB}{4}$ ... (i) ½

$\Delta\ ADB$ ನಲ್ಲಿ

$\tan(90^o - x) = \frac{AB}{9}$

$\cot x = \frac{AB}{9}$ ... (ii) ½

(i) × (ii)

$\tan x \times \cot x = \frac{AB}{4} \times \frac{AB}{9}$ 1½

$\tan x \times \frac{1}{\tan x} = \frac{AB^2}{36}$

$1 = \frac{AB^2}{36}$

$AB^2 = 36$

$AB = \pm\sqrt{36}$ $AB = \pm 6$

$\therefore$ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ $AB = 6$ ಮೀ. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ಒಂದು ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು = $\frac{\text{ಮೇಲ್ಮಿತಿ + ಕೆಳಮಿತಿ}}{2}$

ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

- ನೇರ ವಿಧಾನ : ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$
- ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ : ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$
- ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ : ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right) \times h$

ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

- ಬಹುಲಕ = $l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

- ಮಧ್ಯಾಂಕ = $l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಬಂಧ

- 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ.
- ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – 2 ಸರಾಸರಿ.
- 2 ಸರಾಸರಿ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – ಬಹುಲಕ.

1 **ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ವರ್ಗಾಂತರ (*CI*)	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85	85–100
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (f)	2	3	7	6	6	6

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಗಾಂತರ (*CI*)	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)	ಮಧ್ಯಬಿಂದು (x_i)	ವಿಚಲನೆ $f_i x_i$	ಸರಾಸರಿ $X = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$
10-25	*2*	*17.5*	$2 \times 17.5 = 35.0$	
25-40	*3*	*32.5*	$3 \times 32.5 = 97.5$	
40-55	*7*	*47.5*	$7 \times 47.5 = 332.5$	
55-70	*6*	*62.5*	$6 \times 62.5 = 375.5$	$X = \frac{1860.5}{30} = 62.016$
70-85	*6*	*77.5*	$6 \times 77.5 = 465.0$	
85-100	*6*	*92.5*	$6 \times 92.5 = 555.0$	
	$\Sigma f_i = 30$		$\Sigma f_i x_i = 1860.5$	

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

2

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ನೇರ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ(CI)	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
ಆವೃತ್ತಿ (f)	3	10	23	5	9

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಗಾಂತರ (CI)	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)	ಮಧ್ಯಬಿಂದು (x_i)	ವಿಚಲನೆ $f_i x_i$	ಸರಾಸರಿ $X = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$
10-20	3	15	$3 \times 15 = 45$	$X = \frac{1820}{40} = 45.5$
20-30	10	25	$10 \times 25 = 250$	
30-40	23	35	$23 \times 35 = 805$	
40-50	5	45	$5 \times 45 = 225$	
50-60	9	55	$9 \times 55 = 495$	
	$\Sigma f_i = 40$		$\Sigma f_i x_i = 1820$	

3

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ 48 ಆದರೆ ವಿತರಣೆಯಲ್ಲಿನ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ (CI)	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (f)	8	6	x	11	13

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಗಾಂತರ (CI)	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)	ಮಧ್ಯಬಿಂದು (x_i)	ವಿಚಲನೆ $f_i x_i$
20 - 30	8	25	$8 \times 25 = 200$
30 - 40	6	35	$6 \times 35 = 210$
40 – 50	x	45	$x \times 45 = 45x$
50 - 60	11	55	$11 \times 55 = 605$
60 - 70	13	65	$13 \times 65 = 845$
	$\Sigma f_i = 30$		$\Sigma f_i x_i = 1860 + 45x$

ಸರಾಸರಿ:

$$\overline{X} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{1860 + 45x}{x + 38} = 48$$

$$1860 + 45x = 48(x+38)$$
$$1860 + 45x = 48x + 1824$$
$$1860 - 1824 = 48x - 45x$$
$$1860 - 1824 = 48x - 45x$$
$$36 = 3x$$
$$x = 12$$

4 ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ : 3

ಕುಟುಂಬದ ಗಾತ್ರ	1 — 3	3 — 5	5 — 7	7 — 9	9 — 11
ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	7	8	2	2	1

ಉತ್ತರ :

ಕುಟುಂಬದ ಗಾತ್ರ	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
1 — 3	7
3 — 5	8
5 — 7	2
7 — 9	2
9 — 11	1
	N = 20

ಗರಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ = 8

∴ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ 3 – 5

ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $l = 3$

ಗಾತ್ರ $h = 2$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_1 = 8$ 1

ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_0 = 7$

ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_2 = 2$

∴ ಬಹುಲಕ $= L + \left[\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$ ½

$= 3 + \left[\dfrac{8-7}{(2 \times 8) - 7 - 2}\right] \times 2$ ½

$= 3 + \left[\dfrac{1}{16 - 7 - 2}\right] \times 2$ ½

$= 3 + \dfrac{2}{7}$

$= 3 + 0{\cdot}28$

$= 3{\cdot}28$

∴ ಬಹುಲಕ $= 3{\cdot}28$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

5 ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)
0 — 5	8
5 — 10	9
10 — 15	5
15 — 20	3
20 — 25	1
	$\Sigma f_i = 26$

ಉತ್ತರ :

ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ಆವೃತ್ತಿ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರ 5 — 10

ವರ್ಗಾಂತರ ಕೆಳಮಿತಿ $l = 5$

ವರ್ಗಾಂತರ ಆವೃತ್ತಿ $f_1 = 9$

ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರ ಆವೃತ್ತಿ $f_0 = 8$ 1

ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರ ಆವೃತ್ತಿ $f_2 = 5$

ಗಾತ್ರ $h = 5$

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$ ½

$= 5 + \left[\dfrac{9-8}{2 \times 9 - 8 - 5}\right] \times 5$

$= 5 + \left[\dfrac{1}{18 - 8 - 5}\right] \times 5$ ½

$= 5 + \left[\dfrac{1}{18 - 13}\right] \times 5$

$= 5 + \left[\dfrac{1}{5}\right] \times 5$ ½

$= 5 + 1$

ಬಹುಲಕ $= 6$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

6 ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ತೂಕ (ಕೆ.ಜಿ.ಗಳಲ್ಲಿ)	15 — 20	20 — 25	25 — 30	30 — 35	35 — 40
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	3	6	4	5

ಉತ್ತರ :

ತೂಕ (ಕೆ.ಜಿ.ಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
15-20	2	2
20-25	3	5
25-30	6	11
30-35	4	15
35-40	5	20
	N = 20	

$\frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$

∴ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ 10 ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರ

25 – 30

ಕೆಳಮಿತಿ $l = 25$ 1

25 – 30 ರ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ $c.f. = 5$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f = 6$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $h = 5$

∴ ಮಧ್ಯಾಂಕ $= L + \left[\frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f}\right] \times h$ ½

$= 25 + \left[\frac{10 - 5}{6}\right] \times 5$ ½

$= 25 + \left[\frac{5}{6}\right] \times 5$

$= 25 + 4{\cdot}16$ ½

$= 29{\cdot}16$

∴ ಮಧ್ಯಾಂಕ 29·16 ½

7 ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ : 3

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)
1 — 4	6
4 — 7	30
7 — 10	40
10 — 13	16
13 — 16	4
16 — 19	4

$\Sigma f_i = 100$

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
1 — 4	6	6
4 — 7	30	36
7 — 10	40	76
10 — 13	16	92
13 — 16	4	96
16 — 19	4	100

½

$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $l = 7$

ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ $c.f. = 36$ 1

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ ಆವೃತ್ತಿ $f = 40$

ವರ್ಗಾತರದ ಗಾತ್ರ $h = 3$

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$ ½

$= 7 + \left[\frac{50 - 36}{40}\right] \times 3$ ½

$= 7 + \left[\frac{14}{40}\right] \times 3$

$= 7 + \frac{21}{20}$

$= 7 + 1{\cdot}05$

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= 8{\cdot}05$ ½

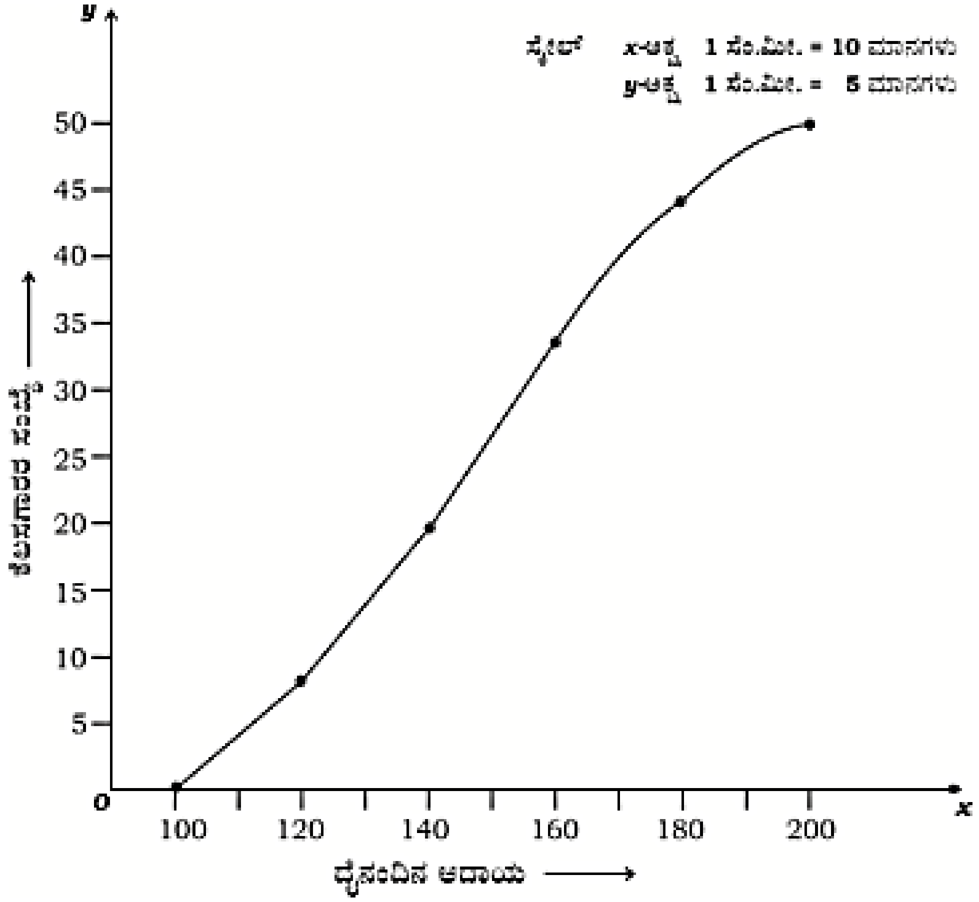
Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

8

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯ 50 ಕೆಲಸಗಾರರ ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿರಿ.

ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯ	ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ
100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
120 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	34
180 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	44
200 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

ಉತ್ತರ :



x ಮತ್ತು y-ಅಕ್ಷ ಸ್ಕೇಲ್ — ½

ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು — 1½

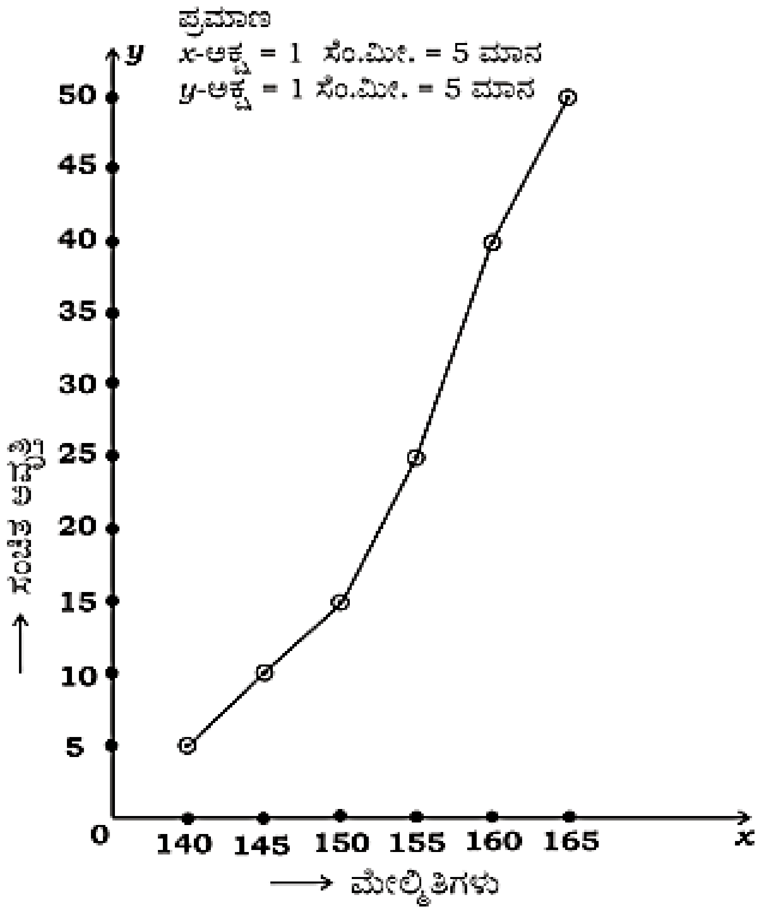
ನಕ್ಷೆ ಎಳೆಯುವುದು — 1

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

9	ಒಂದು ತರಗತಿಯ 50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆಯಲ್ಲಿ ಅವರ ಎತ್ತರಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ 'ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನ'ದ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ :

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರ cm ಗಳಲ್ಲಿ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
145 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	10
150 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	15
155 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	40
165 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

ಉತ್ತರ :

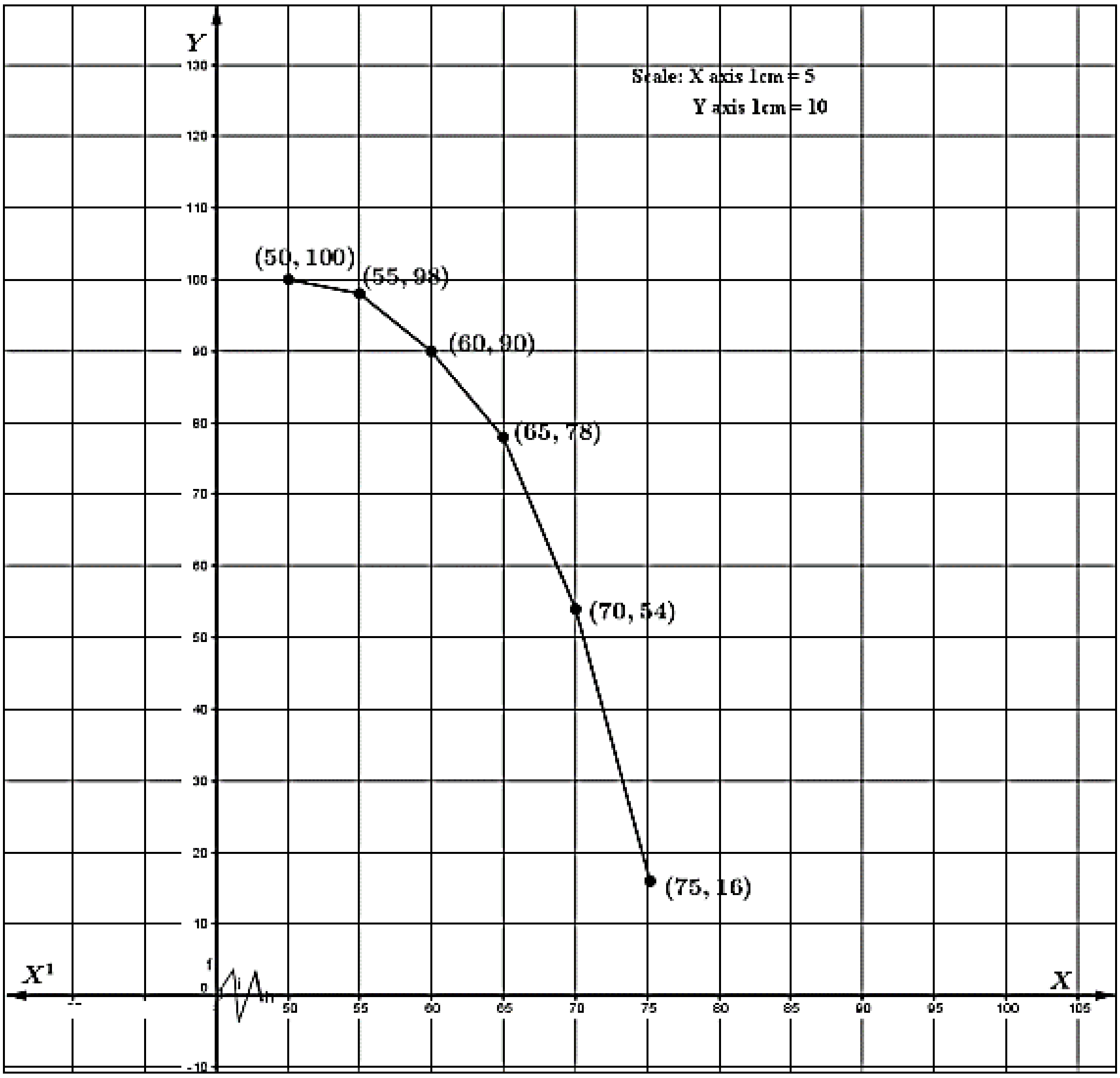


10

ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತೀ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದೆ. 'ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನ'ದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ/ಹೆಕ್ಟೇರ್	ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
50 ಅಥವಾ 50 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	100
55 ಅಥವಾ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	98
60 ಅಥವಾ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	90
65 ಅಥವಾ 65 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	78
70 ಅಥವಾ 70 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	54
75 ಅಥವಾ 75 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	16

ಉತ್ತರ :



11 ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
5 — 15	1
15 — 25	3
25 — 35	5
35 — 45	4
45 — 55	2

ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

12 ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
10 — 20	2
20 — 30	3
30 — 40	5
40 — 50	7
50 — 60	3

ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

13

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
0 — 20	6
20 — 40	9
40 — 60	10
60 — 80	8
80 — 100	7

ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

14 ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)
1 — 4	6
4 — 7	30
7 — 10	40
10 — 13	16
13 — 16	4
16 — 19	4

$\Sigma f_i = 100$

ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

15 ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)
10 — 25	2
25 — 40	3
40 — 55	7
55 — 70	6
70 — 85	6
85 — 100	6
	$\Sigma f_i = 30$

ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

16 ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)
0 — 5	8
5 — 10	9
10 — 15	5
15 — 20	3
20 — 25	1
	$\Sigma f_i = 26$

ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

17 ಒಂದು ತರಗತಿಯ 50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆಯಲ್ಲಿ ಅವರ ಎತ್ತರಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ 'ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನ'ದ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ :

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರ cm ಗಳಲ್ಲಿ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
145 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	10
150 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	15
155 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	40
165 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

18 ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರಿಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ '**ಅಧಿಕ ವಿಧಾನ**' ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ Kg/hectare	> 50	> 55	> 60	> 65	> 70	> 75
ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	100	98	90	78	54	16

ಉತ್ತರ

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

ಸಂಭವನೀಯತೆ

ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು

ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

- ಇಲ್ಲಿ $n(E)$ = E ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $n(S)$ = ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

ಖಚಿತ ಘಟನೆ (ನಿಶ್ಚಿತ ಘಟನೆ) ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು **1** ಆಗಿದೆ.

ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು **0** ಆಗಿದೆ.

ಒಂದು ಘಟನೆ E ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ P(E) ಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು, $0 \le P(E) \le 1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಘಟನೆಗೆ ಕೇವಲ ಒಂದು ಫಲಿತವಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

E ಮತ್ತು $(\overline{E})$ ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳಾದರೆ, $P(E) + P(\overline{E}) = 1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ $S = \{H, T\}$ $\therefore n(S) = 2$

ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ

$S = \{HH, HT, TH, TT\} \therefore n(S) = 4$

ಮೂರು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ

$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\} \therefore n(S) = 8$

ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಎಸೆದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \therefore n(S) = 6$

ಕುಂದಿಲ್ಲದ ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎಸೆದಾಗ ಬರುವ ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳು $n(S) = 36$

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2,5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4,5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6,5)	(6, 6)

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

1

ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

$n(S) = 36$ ½

$n(A) = \{(5, 5)\ (4, 6)\ (6, 4)\} = 3$ ½

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ½

$= \frac{3}{36}$ ½

2

ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 90 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನಮೂದಾಗಿರುವ 90 ಬಿಲ್ಲೆಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದರೆ ಅದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

ಫಲಿತ ಗಣ = $S = \{1, 2, 3, 4, 5, ... 90\}$

$\therefore \quad n(s) = 90$ ½

ಘಟನೆ A = {ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ}

$A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ ½

$n(A) = 9$

∴ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ½

$P(A) = \frac{9}{90}$ ½

3

ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ A B C D E I ಗಳನ್ನು ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳದ ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿದೆ. ಈ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಮುಖದಲ್ಲಿ ಸ್ವರಾಕ್ಷರ (Vowel) ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

$n(S) = 6 \qquad S = \{A, B, C, D, E, I\}$ ½

$n(A) = 3 \qquad A = \{A, E, I\}$ ½

$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ½

$P(A) = \frac{3}{6}$

$\boxed{P(A) = \frac{1}{2}}$ ½

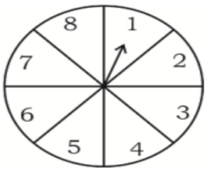
Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

4	ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು, 5 ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 8 ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಚೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆ ಚೆಂಡು a) ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ, b) ಬಿಳಿ ಚೆಂಡು ಆಗಿರದ. ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 3 + 5 + 8 $n(s) = 16$ ½ i) ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಹೊರತೆಗೆಯುವ ಘಟನೆ R ಆಗಿರಲಿ. R ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 3. $\therefore \quad n(R) = 3.$ ½ ಹೊರತೆಗೆದ ಚೆಂಡು ಕೆಂಪು ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $P(R) = \frac{n(R)}{n(S)}$ ½ $P(R) = \frac{3}{16}$ ½ ii) ಬಿಳಿ ಚೆಂಡು ಆಗಿರದ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ. A ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $n(A) = 3 + 8 = 11$ ½ $\therefore \quad n(A) = 11$ ಹೊರತೆಗೆದ ಚೆಂಡು ಬಿಳಿ ಆಗಿರದ ಸಂಭವನೀಯತೆ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A) = \frac{11}{16}$ ½
5	ಒಂದು ಕುಂದಿಲ್ಲದ ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿಸಿದಾಗ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ : a) ಎರಡು ಶಿರಗಳು b) ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದು ಪುಚ್ಛ 2 **ಉತ್ತರ :** ಫಲತ ಗಣ $S = \{(HT), (HH), (TT), (TH)\}$ $n(S) = 4$ ½ $A =$ ಎರಡು ಶಿರಗಳು ತೋರುವ ಘಟನೆ $= \{(HH)\}$ $\therefore \quad n(A) = 1$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$ ½ $B =$ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದು ಪುಚ್ಛ ತೋರುವ ಘಟನೆ $= \{(HT), (TH)\}$ ½ $\therefore \quad n(B) = 2$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4}$ ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

6

ಒಂದು ಅವಕಾಶದ ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸೂಚಕವು ಚಕ್ರಾಕಾರವಾಗಿ ತಿರುಗಿ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ಈ ಅಂಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಅಂಕೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ನಿಶ್ಚಲವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇವೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಸೂಚಕವು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

$n(S) = 8$ $\quad\quad S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ½

$n(A) = 4$ $\quad\quad A = \{1, 3, 5, 7\}$ ½

$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(A) = \frac{4}{8}$ ½

$\therefore \quad \boxed{P(A) = \frac{1}{2}}$ ½

7

ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

$n(S) = 36$ ½

$n(A) = \{(5, 5)\ (4, 6)\ (6, 4)\} = 3$ ½

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ½

$= \frac{3}{36}$ ½

8

ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಎರಡು ಕುಂದಿಲ್ಲದ ದಾಳಗಳನ್ನು ಒಮ್ಮೆಗೆ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಮೊತ್ತ 7 ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಒಟ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಯ ಫಲಿತಗಳು $= 6 \times 6 = 36$

$\therefore \quad n(s) = 36$ ½

ಮೊತ್ತ 7 ಆಗಿರುವ ಘಟನೆ $= A = \begin{Bmatrix} (1,6)\ (2,5)\ (3,4) \\ (4,3)\ (5,2)\ (6,1) \end{Bmatrix}$

$\therefore \quad n(A) = 6$ ½

A ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ½

$= \frac{6}{36}$ ½

$= \frac{1}{6}$

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

9	ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 50 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನಮೂದಾಗಿರುವ ಬಿಲ್ಲೆಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಹೊರ ತೆಗೆದರೆ ಅದು i) ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ii) 2 ಮತ್ತು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
10	ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ a) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ, ಮತ್ತು b) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಆಗಿರುವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

11	ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 20 ಬಲ್ಬ್‌ಗಳಿವೆ, ಅದರಲ್ಲಿ 4 ಬಲ್ಬ್‌ಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿವೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಲ್ಬ್ ಅನ್ನು ಯಾದೃಚಿಕವಾಗಿ ಹೊರ ತೆಗೆದಾಗ ಅದು, i) ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿರುವ ii) ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿರದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
12	ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ i) ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ii) ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ iii) 2 ಮತ್ತು 6 ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ iv) ಒಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ v) ಒಂದು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ vi) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

	ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು
ಪ್ರಮುಖಾಂಶಗಳು	ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸೂತ್ರಗಳ ಕೋಷ್ಟಕ

ಘನದ ಹೆಸರು	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಘನ	$4a^2$	$6a^2$	a^3
ಆಯತ ಘನ	$2h(l+b)$	$2(lb+bh+hl)$	$l \times b \times h$
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(h+r)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು	πrl	$\pi r(l+r)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi l(r_1+r_2)$	$\pi l(r_1+r_2)+\pi(r_1^2+r_2^2)$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2+r_2^2+r_1 r_2)$

ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ / ಶಂಕುವಿನ / ಅರ್ಧ ಘನಗೋಳದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ $= 2\pi r$

ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l = \sqrt{r^2+h^2}$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l = \sqrt{h^2+(r_1-r_2)^2}$

1 ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ ರೂಪದ ಕಸದ ಬುಟ್ಟಿಯ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಎರಡು ಬದಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 15 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಆಳವು 63 ಸೆಂ.ಮೀ.ನಷ್ಟಿದ್ದರೆ, ಕಸದ ಬುಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

ಉತ್ತರ :

$r_1 = 15$ ಸೆಂ.ಮೀ. $r_2 = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ. $h = 63$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಕಸದ ಬುಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ (V) $= \frac{1}{3}\pi h\ (r_1^2+r_2^2+r_1 r_2)$ ½

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 63\ (15^2+8^2+15\times 8)$ ½

$= 66\ (225+64+120)$ ½

$= 66 \times 409$

ಕಸದ ಬುಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ (V) $= 26994\ cm^3$. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

2	ಒಂದು ನೇರ ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯ ಪಾತ್ರೆಯ ವೃತ್ತಪಾದದ ಪರಿಧಿಯು 132 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 25 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಈ ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಬಹುದಾದ ನೀರಿನ ಗರಿಷ್ಠ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$. 3 **ಉತ್ತರ :** $C = 132$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h = 25$ ಸೆಂ.ಮೀ., $r = ?$ $V = ?$ $C = 2\pi r$ ½ $132 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$ ½ $r = \frac{132 \times 7}{22 \times 2} = \frac{\cancel{132} \times 7}{\cancel{44}} = 21$ ಸೆಂ.ಮೀ. ½ ಘನಫಲ $V = \pi r^2 h$ ½ $= \frac{22}{7} \times (21)^2 \times 25$ $= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 25$ ½ $= 34650$ ಘನ ಸೆಂ.ಮೀ. ½
3	ಒಂದು ನೇರ ವೃತ್ತೀಯ ಘನಲೋಹದ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 20 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಈ ಶಂಕುವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಒಂದು ಘನ ಗೋಳವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$. **ಉತ್ತರ :** ಶಂಕು $h = 20$ ಸೆಂ.ಮೀ., $r = 5$ ಸೆಂ.ಮೀ. ½ $V_{\text{ಶಂಕು}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5^2 \times 20$ ಗೋಳ, $r = ?$ $V_{\text{ಗೋಳ}} = \frac{4}{3}\pi r^3$ ½ ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಗೋಳದ ಘನಫಗಳು ಸಮ $V_{\text{ಶಂಕು}} = V_{\text{ಗೋಳ}}$ ½ $\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5^2 \times 20 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$ ½ $r^3 = \frac{5^2 \times 20}{4} = 5^2 \times 5 = 5^3$ ½ $r = 5$ ಸೆಂ.ಮೀ. ½

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

4	ಒಂದು ನೇರ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 20 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಆ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **ಉತ್ತರ :** $r = 7$ cm $h = 20$ cm ಪೂ.ಮೇ.ವಿ. = ? $TSA = 2\pi r(r+h)$ ½ $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7+20)$ ½ $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 27$ ½ $= 44 \times 27$ $= 1188\ cm^2$. ½
5	ಜೇಡಿ ಮಣ್ಣಿನಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ **24cm** ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು **6cm** ಇದೆ. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಇದನ್ನು ಗೋಳಾಕೃತಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ, ಆ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :
6	14 cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಕುಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾಜಿನ ಲೋಟವು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 cm ಮತ್ತು 2 cm ಆಗಿದೆ. ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out

Use E-Papers, Save Tress
Above line hide when print out