



## 10 ನೇ ತರಗತಿ ಗಣಿತ ಸರಳ ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು



ಸೂಚನೆ : 10 ನೇ ತರಗತಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿರುವ ಸುಲಭದ ಕಲಿಕಾಂಶಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಆರಿಸಿ ಇಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಕೇವಲ ಇವುಗಳಷ್ಟನ್ನೇ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದರೂ ಕೂಡಾ ಪಬ್ಲಿಕ್ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 50 ಕ್ಕೂ ಅಧಿಕ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಬಹುದು. ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಹಿಂದುಳಿದಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪಾಸಿಂಗ್ ಪ್ಯಾಕೇಜ್ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

- ಹರಿಕೃಷ್ಣ ಹೊಳ್ಳೆ , ಬ್ರಹ್ಮಾವರ - 9449894366.

### ಪರಿವಿಡಿ

ಕ್ರ. ಸಂ.	ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು	ಅಂಕ ಗಳು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	2
2	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	2
3	ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆ	5	3
4	ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	4	6
5	ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	2	7
6	ವೃತ್ತಗಳ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆ	3	8
7	ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು	2	9
8	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು	2	11
9	ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು	3	12
10	ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು	2	12
11	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ	4	13
12	ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	15
13	ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	16
14	ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	16
15	ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	3	17
16	ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು	2	18
17	ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು	2	19

18	ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	19
19	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ	3	20
20	ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	20
21	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	21
22	ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದು	2	21
23	ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	2	22
24	ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	23
25	ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2	24
26	ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ ಅಥವಾ ರೂಢಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು	3	24
27	ಓಜಿವ್ ರಚಿಸುವುದು	3	29
28	ಸೂತ್ರಗಳು , ಪ್ರಮೇಯಗಳು , ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳು , ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ	3	33
ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು		70	
ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆ		ಪುಟ 40 ರಲ್ಲಿ	

**ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ  $n$  ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : 5 , 9 , 13 , 17 . . . . . ಶ್ರೇಣಿಯ 50 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans : ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ  $a = 5$  , ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  $d = +4$  , ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $n = 50$  ಆಗಿದೆ

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{50} = 5 + (50 - 1)4$$

$$\therefore a_{50} = 5 + (49)4$$

$$\therefore a_{50} = 5 + 196$$

$$\therefore a_{50} = 201$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

- 1) 6 , 12 , 18 , 24 . . . . . ಶ್ರೇಣಿಯ 50 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 300)
- 2) 5 , 7 , 9 , 11 . . . . . ಶ್ರೇಣಿಯ 100 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 203)
- 3) 50 , 45 , 40 , 35 . . . . . ಶ್ರೇಣಿಯ 200 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = -945)
- 4) 102 , 106 , 110 . . . . . ಶ್ರೇಣಿಯ 40 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 258)
- 5) 2 , 6 , 10 , 14 . . . . . ಶ್ರೇಣಿಯ 11 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 42)

**ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ  $n$  ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : 5 + 8 + 11 + 14 . . . . . ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans : ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ  $a = 5$  , ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  $d = +3$  , ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $n = 10$  ಆಗಿದೆ

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 5 + (10 - 1)3]$$

$$\therefore S_{10} = 5[10 + (9)3]$$

$$\therefore S_{10} = 5[10 + 27]$$

$$\therefore S_{10} = 5 \times 37$$

$$\therefore S_{10} = 185$$

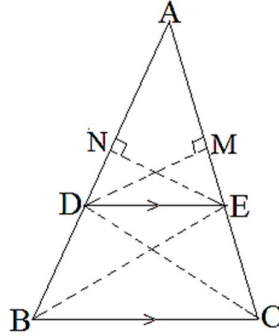
**ಅಭ್ಯಾಸ**

- 1)  $1 + 5 + 9 + 13 \dots\dots$  ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 50 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 4950)
- 2)  $20 + 25 + 30 + 35 \dots\dots$  ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 100 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 26750)
- 3)  $50 + 53 + 56 + 59 \dots\dots$  ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 25 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 2150)
- 4)  $2 + 4 + 6 + 8 \dots\dots$  ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 200 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 40200)
- 5)  $9 + 15 + 21 + 21 \dots\dots$  ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 14 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans = 672)

**ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆ (4 ಅಥವಾ 5 ಅಂಕ)**

**ಥೇಲ್ಮನ ಪ್ರಮೇಯ : (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)**

ನಿರೂಪಣೆ : “ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ”.



ದತ್ತ :  $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ  $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ :  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ : DC ಮತ್ತು EB ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.  $EN \perp AB$  ಮತ್ತು  $DM \perp AC$  ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\frac{\Delta ADE \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} \quad \therefore A = \frac{1}{2} \times b \times h$

$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{DB} \dots\dots (1)$

$\frac{\Delta ADE \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} \quad \therefore A = \frac{1}{2} \times b \times h$

$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{EC} \dots\dots (2)$$

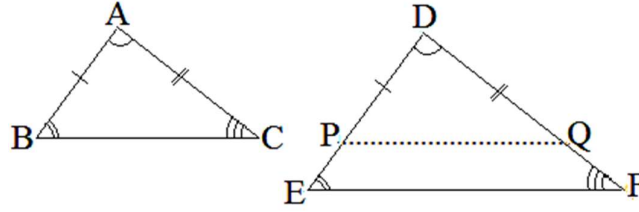
$$(1) \text{ ಮತ್ತು } (2) \text{ ರಿಂದ, } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\therefore \Delta BDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \Delta CDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$\therefore \Delta BDE$  ಮತ್ತು  $\Delta CDE$  ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

**ಕೋ-ಕೋ-ಕೋ ಪ್ರಮೇಯ :**

ನಿರೂಪಣೆ : “ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ”.



ದತ್ತ :  $\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta DEF$  ಗಳಲ್ಲಿ  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$ ,  $\angle C = \angle F$

$$\text{ಸಾಧನೀಯ : } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

ರಚನೆ :  $AB = DP$  ಮತ್ತು  $AC = DQ$  ಆಗುವಂತೆ  $DE$  ಮತ್ತು  $DF$  ಗಳ ಮೇಲೆ  $P$  ಮತ್ತು  $Q$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ,  $PQ$  ವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta DPQ$  ಗಳಲ್ಲಿ,

$$AB = DP \quad \therefore \text{ರಚನೆ}$$

$$AC = DQ \quad \therefore \text{ರಚನೆ}$$

$$\angle BAC = \angle PDQ \quad \therefore \text{ದತ್ತ}$$

$$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DPQ \quad \therefore \text{ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ}$$

$$\therefore BC = PQ \text{ ಮತ್ತು } \angle ABC = \angle DPQ \quad \therefore \text{ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಭಾ.}$$

$$\text{ಆದರೆ, } \angle ABC = \angle DEF \quad \therefore \text{ದತ್ತ}$$

$$\Rightarrow \angle DPQ = \angle DEF$$

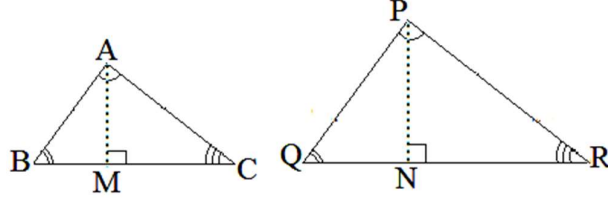
$$\therefore PQ \parallel EF \quad \therefore \text{ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.}$$

$$\therefore \frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{QD}{FD} \quad \therefore \text{ಥೇಲ್ಸ್ ನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ}$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \quad \therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$$

**ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಪ್ರಮೇಯ :**

ನಿರೂಪಣೆ : “ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತ ದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ”.



ದತ್ತ :  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$  ಮತ್ತು  $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$

ಸಾಧನೀಯ :  $\frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{QR^2}$

ರಚನೆ :  $AM \perp BC$  ಮತ್ತು  $PN \perp QR$  ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\Delta AMB$  ಮತ್ತು  $\Delta PNQ$  ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABM = \angle PQN$   $\because$  ದತ್ತ

$\angle AMB = \angle PNQ = 90^\circ$   $\because$  ರಚನೆ

$\therefore \Delta AMB \sim \Delta PNQ$   $\because$  ಕೋ.ಕೋ.ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

$\Rightarrow \frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$

ಆದರೆ,  $\frac{BC}{QR} = \frac{AB}{PQ}$

$\therefore \frac{AM}{PN} = \frac{BC}{QR}$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$   $\because A = \frac{1}{2}bh$

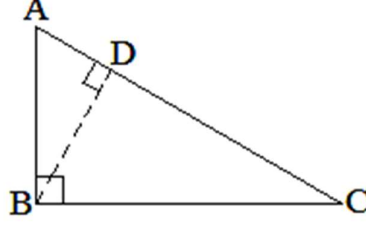
$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times AM}{QR \times PN}$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times BC}{QR \times QR}$   $\because \frac{AM}{PN} = \frac{BC}{QR}$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{QR^2}$

**ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯ :**

ನಿರೂಪಣೆ : “ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ , ವಿಕರ್ಣದ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ”.



ದತ್ತ :  $\triangle ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $\angle ABC = 90^\circ$ .

ಸಾದನೀಯ :  $AB^2 + BC^2 = AC^2$

ರಚನೆ :  $BD \perp AC$  ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\triangle ABC$  ಮತ್ತು  $\triangle ADB$  ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ \quad \because$  ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ

$\angle BAD$  ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADB \quad \because$  ಕೋ.ಕೋ.ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$$

$$AB^2 = AC \cdot AD \dots\dots(1)$$

ಅದೇರೀತಿ ,  $\triangle ABC \sim \triangle BDC$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$$

$$BC^2 = AC \cdot DC \dots\dots(2)$$

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

$$AB^2 + BC^2 = AC \cdot AD + AC \cdot DC$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC(AD + DC)$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC \cdot AC = AC^2 \quad \because AD + DC = AC$$

$$\therefore \underline{AB^2 + BC^2 = AC^2}$$

**ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು : (4 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ :  $2x - y = -1$  ಮತ್ತು  $x - 2y = -5$

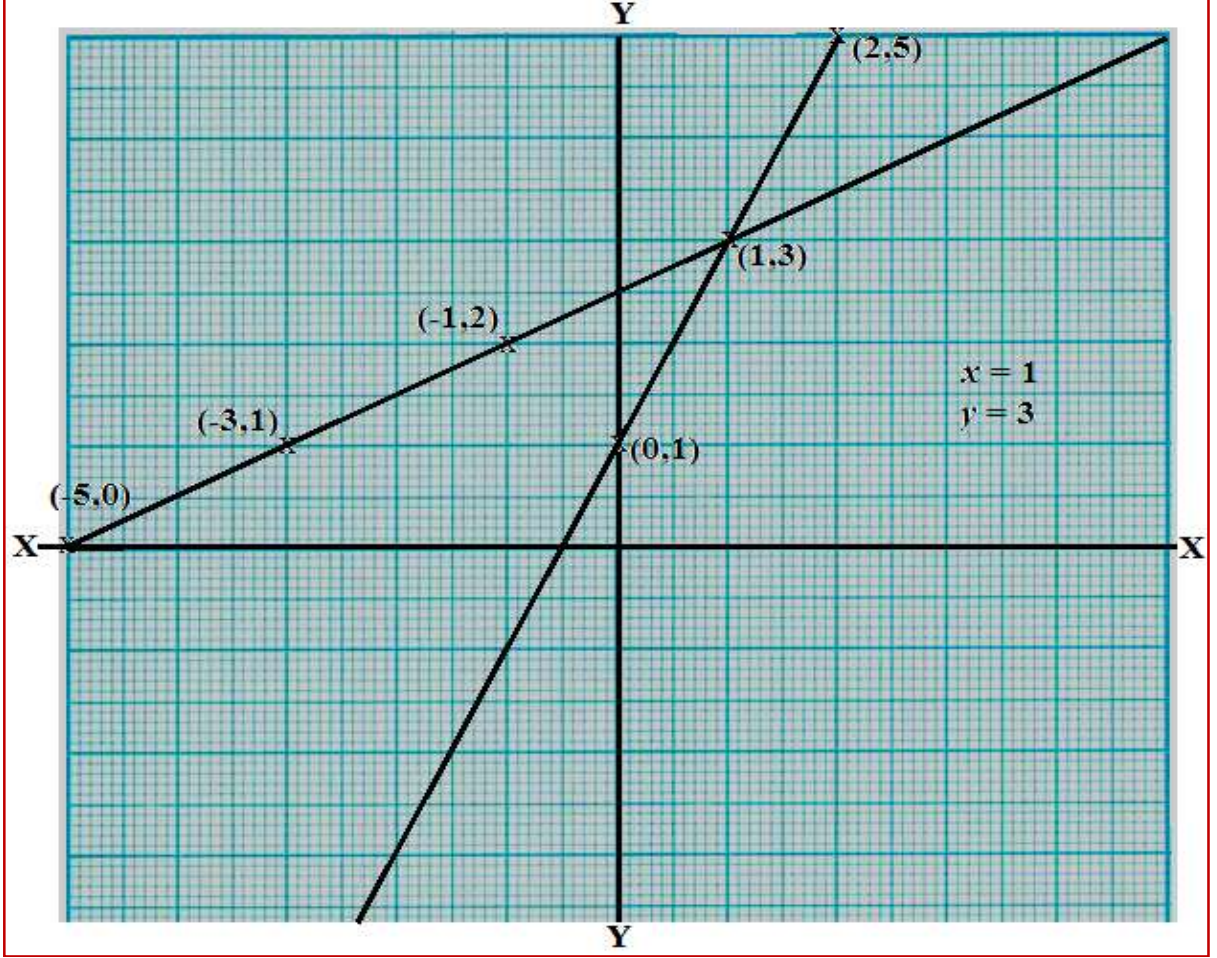
$2x - y = -1$	$2x - y = -1$	$2x - y = -1$	$2x - y = -1$
$2 \times 0 - y = -1$	$2 \times 1 - y = -1$	$2 \times 2 - y = -1$	$2 \times 3 - y = -1$
$-y = -1$	$-y = -1 - 2$	$-y = -1 - 4$	$-y = -1 - 6$
$y = 1$	$-y = -3$	$-y = -5$	$-y = -7$
<u><u><math>y = 1</math></u></u>	<u><u><math>y = 3</math></u></u>	<u><u><math>y = 5</math></u></u>	<u><u><math>y = 7</math></u></u>

$2x - y = -1$				
x	0	1	2	3
y	1	3	5	7



$$\begin{array}{l}
 x - 2y = -5 \\
 x - 2 \times 0 = -5 \\
 x - 0 = -5 \\
 \underline{x = -5}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x - 2y = -5 \\
 x - 2 \times 1 = -5 \\
 x - 2 = -5 \\
 x = -5 + 2 \\
 \underline{x = -3}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x - 2y = -5 \\
 x - 2 \times 2 = -5 \\
 x - 4 = -5 \\
 x = -5 + 4 \\
 \underline{x = -1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x - 2y = -5 \\
 x - 2 \times 3 = -5 \\
 x - 6 = -5 \\
 x = -5 + 6 \\
 \underline{x = 1}
 \end{array}$$

$x - 2y = -5$				
x	-5	-3	-1	1
y	0	1	2	3



ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು : (2 ಅಂಕ)

ಉದಾ : ಬಿಡಿಸಿ :  $2x + y = 5$  ಮತ್ತು  $3x + y = 7$

Ans :

$$\begin{array}{l}
 2x + y = 5 - \\
 \underline{3x + y = 7}
 \end{array}$$

ಕಳೆದಾಗ,  $-x + 0 = -2$

$$\therefore \underline{x = 2}$$

$2x + y = 5$  ರಲ್ಲಿ  $x = 2$  ಬೆಲೆ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$2 \times 2 + y = 5$$

$$\therefore y = 5 - 4$$

$$\therefore \underline{y = 1}$$

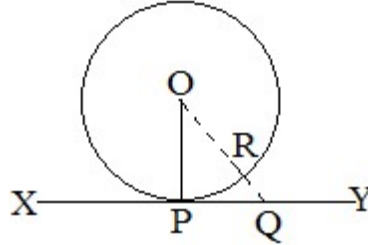
**ಅಭ್ಯಾಸ**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ

$x + y = 7$ $x - y = 1$ Ans : (4,3)	$y = 2x + 1$ $x = 2y - 5$ Ans : (1,3)	$x + y = 7$ $x - y = 3$ Ans : (5,2)	$3x + 5y = 4$ $x - 5y = 8$ Ans : (3, -1)
$x - y = 2$ $2x - y = 8$ Ans : (5,3)	$2x + y = 8$ $x + 2y = 7$ Ans : (3,2)	$x - 2y = -7$ $4x + 3y = 5$ Ans : (-1,3)	$2x + y = 5$ $3x + y = 7$ Ans : (2,1)
$3x + 2y = 13$ $x + 3y = 9$ Ans : (3,2)	$3x + y = 7$ $4x - y = 7$ Ans : (2,1)	$2x + y = 10$ $2x - y = 2$ Ans : (3,4)	$3x - y = -4$ $5x + y = -4$ Ans : (-1,1)
$2x + y = 3$ $x + 3y = -1$ Ans : (2, -1)	$y = 2x - 2$ $y = 4x - 4$ Ans : (1,0)	$x - y = 4$ $x + y = 10$ Ans : (7,3)	$2x - y - 2 = 0$ $2x + y = 6$ Ans : (2,2)
$x + y = 10$ $x - y = 2$ Ans : (6,4)	$y - x + 2 = 0$ $x - 2y - 4 = 0$ Ans : (0, -2)	$2x - y = 5$ $x + 3y = 6$ Ans : (3,1)	$2x + y = 8$ $x + y = 5$ Ans : (3,2)

**ವೃತ್ತಗಳ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆ (3 ಅಂಕ)**

ಪ್ರಮೇಯ : “ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ”.



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ. XY ಯು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ. OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ,

ಸಾಧನೀಯ :  $OP \perp XY$

ರಚನೆ : XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, OQ ಸೇರಿಸಿ. OQ ವು ವೃತ್ತವನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೆ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $OR < OQ$  ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ,  $OR = OP \quad \because$  ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$\therefore OP < OQ$

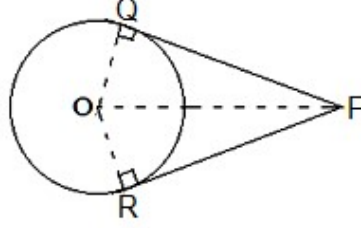


Q ಮತ್ತು P ಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

∴  $OP \perp XY$  ಆಗಿದೆ.

[ಗಮನಿಸಿ : ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಅದರ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದೇ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.]

ಪ್ರಮೇಯ : “ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ”.



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ. P ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು. PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ :  $PQ = PR$

ರಚನೆ : OP , OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\triangle OQP$  ಮತ್ತು  $\triangle ORP$  ಗಳಲ್ಲಿ ,

$OQ = OR$  (∵ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

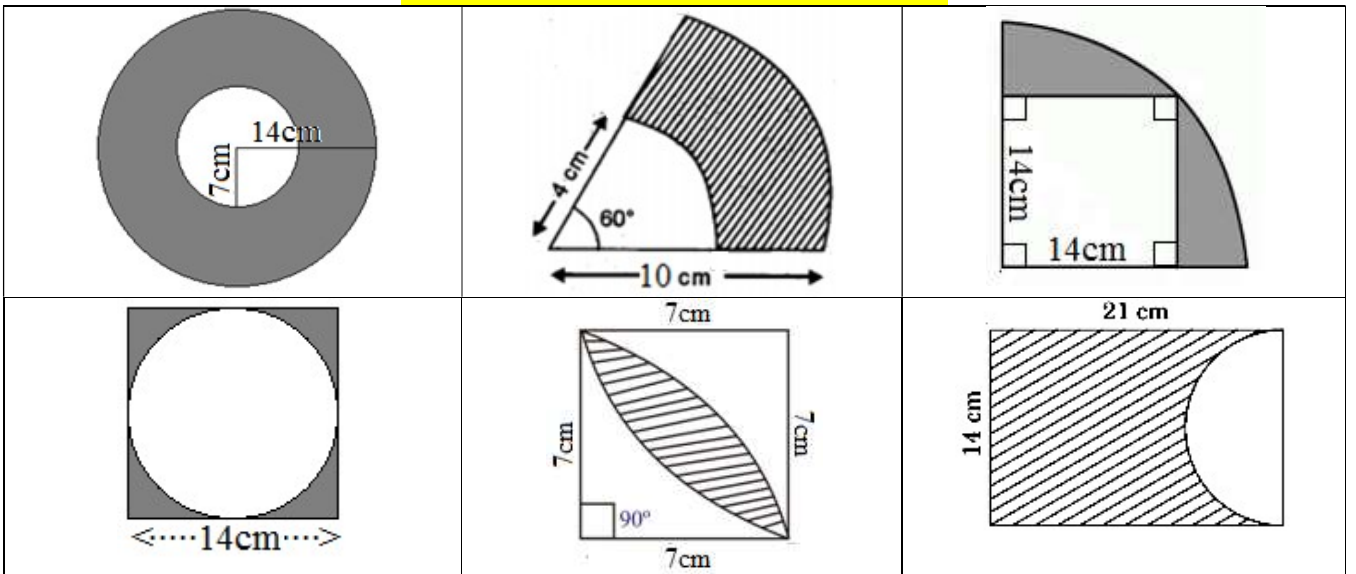
$OP = OP$  (∵ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

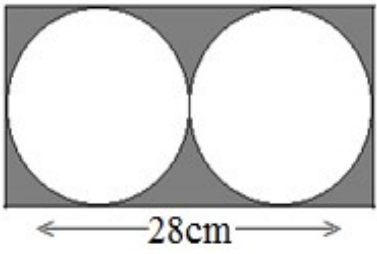
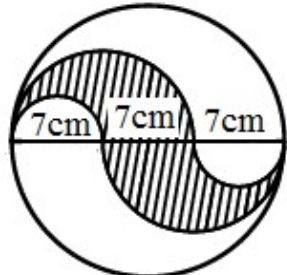
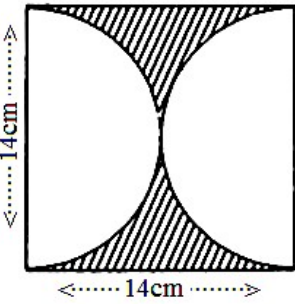
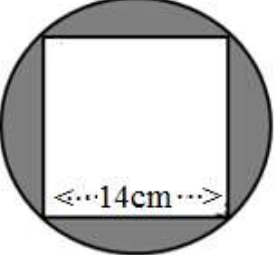
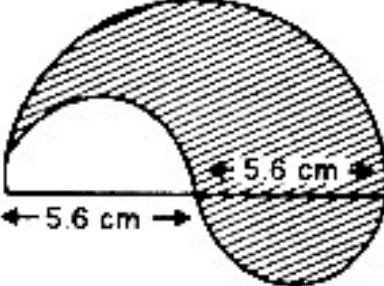
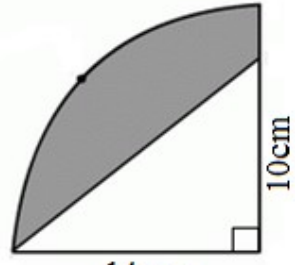
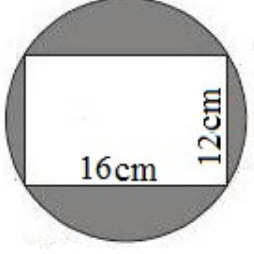
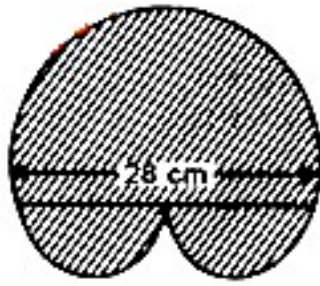
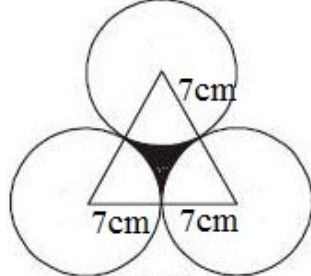
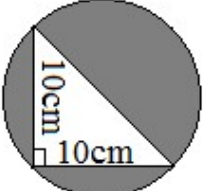
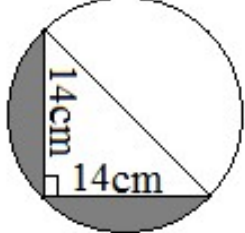
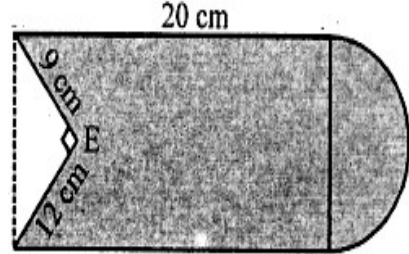
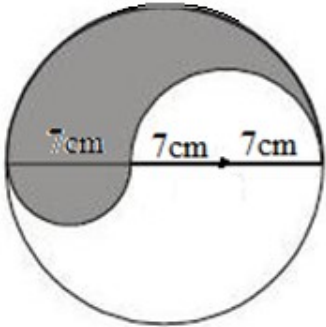
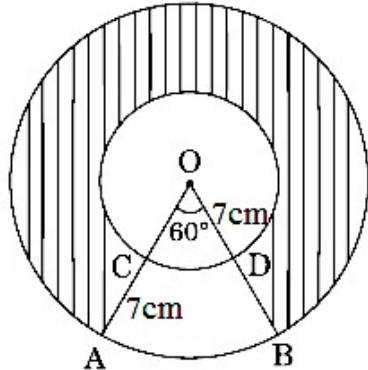
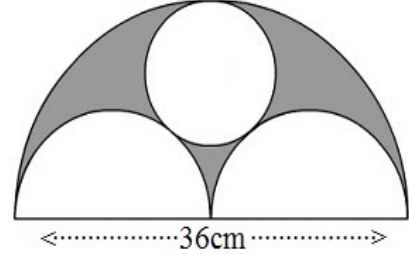
$\angle OQP = \angle ORP$  (∵ ಹಿಂದಿನ ಪ್ರಮೇಯ)

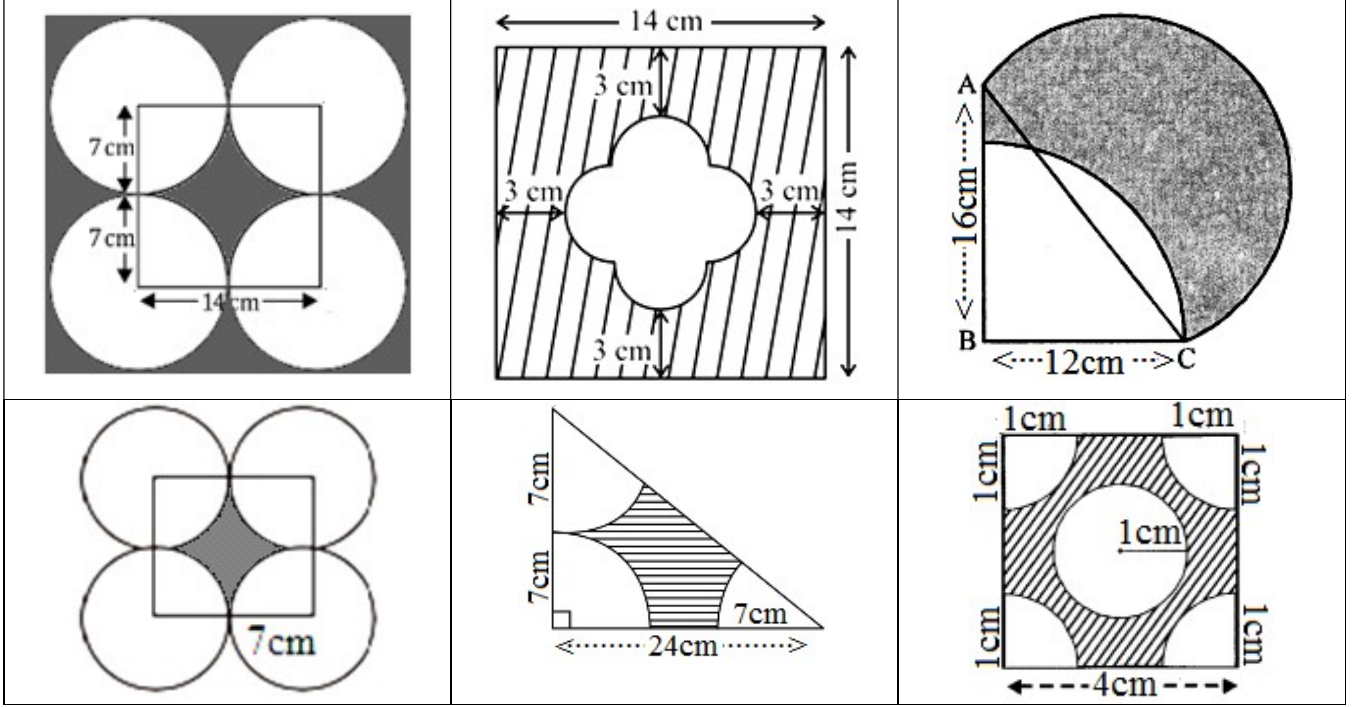
∴  $\triangle OQP \cong \triangle ORP$  (∵ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ.)

∴  $PQ = PR$  (∵ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು)

ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು (2 ಅಂಕ)

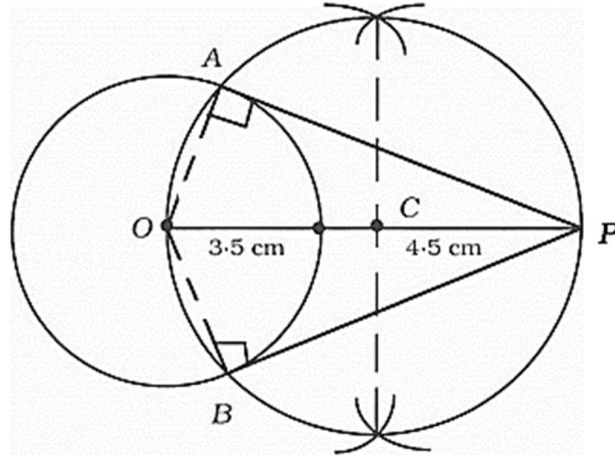


 <p>28cm</p>	 <p>7cm 7cm 7cm</p>	 <p>14cm 14cm</p>
 <p>14cm</p>	 <p>5.6 cm 5.6 cm</p>	 <p>10cm 14cm</p>
 <p>16cm 12cm</p> <p>ಸುಳಿವು : <math>\pi = 3.14</math></p>	 <p>28 cm</p>	 <p>7cm 7cm 7cm</p>
 <p>10cm 10cm</p> <p>ಸುಳಿವು : <math>\pi = 3.14</math></p>	 <p>14cm 14cm</p>	 <p>20 cm 9 cm 12 cm E</p>
 <p>7cm 7cm 7cm</p>	 <p>O 7cm 60° 7cm 7cm A B C D</p>	 <p>36cm</p>



**ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

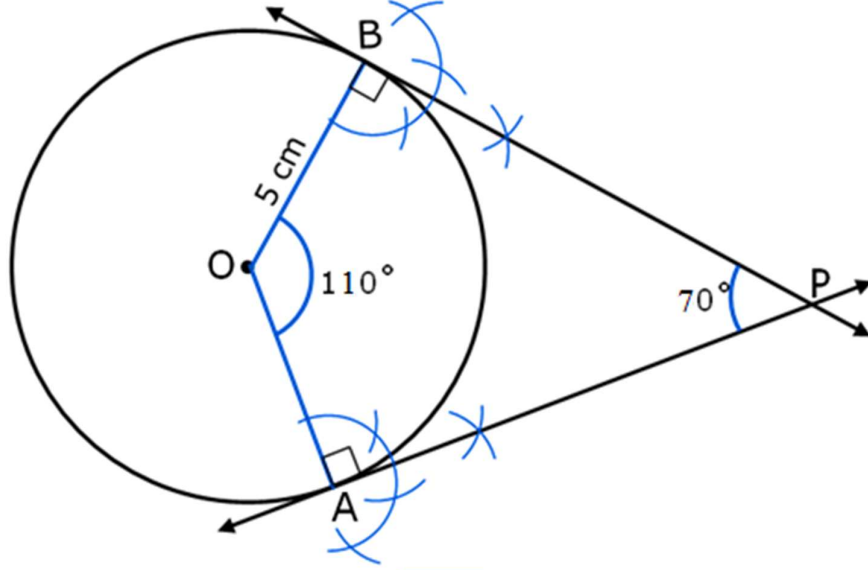


**ಅಭ್ಯಾಸ**

1. 5 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 6 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
2. 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
3. 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತದಿಂದ 4 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
4. ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
5. 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸದಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ)

ಉದಾ : 5cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಇರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ  $70^\circ$  ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

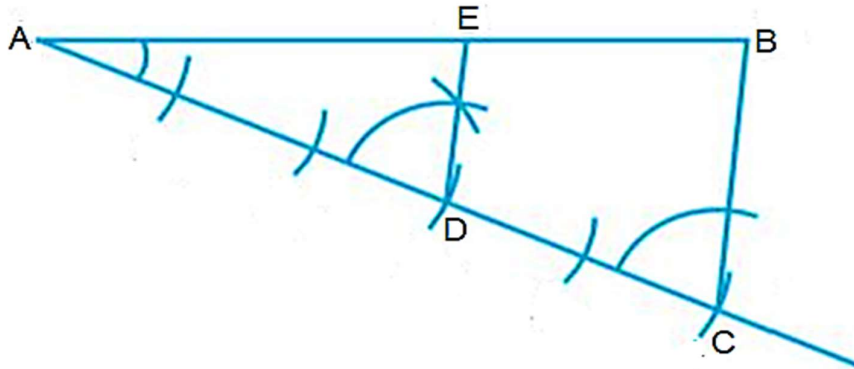


ಅಭ್ಯಾಸ

1. 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಇರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು  $50^\circ$  ಆಗುವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
2. 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಇರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವೆ  $100^\circ$  ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ 2 ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಎಳೆದು , ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
3. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ  $60^\circ$  ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಇರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
4. ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವೆ  $110^\circ$  ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಇರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
5. 8 cm ವ್ಯಾಸ ಇರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವೆ  $120^\circ$  ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ 2 ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಎಳೆದು , ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು (2 ಅಂಕ)

ಉದಾ : 7 cm ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು 3:2 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

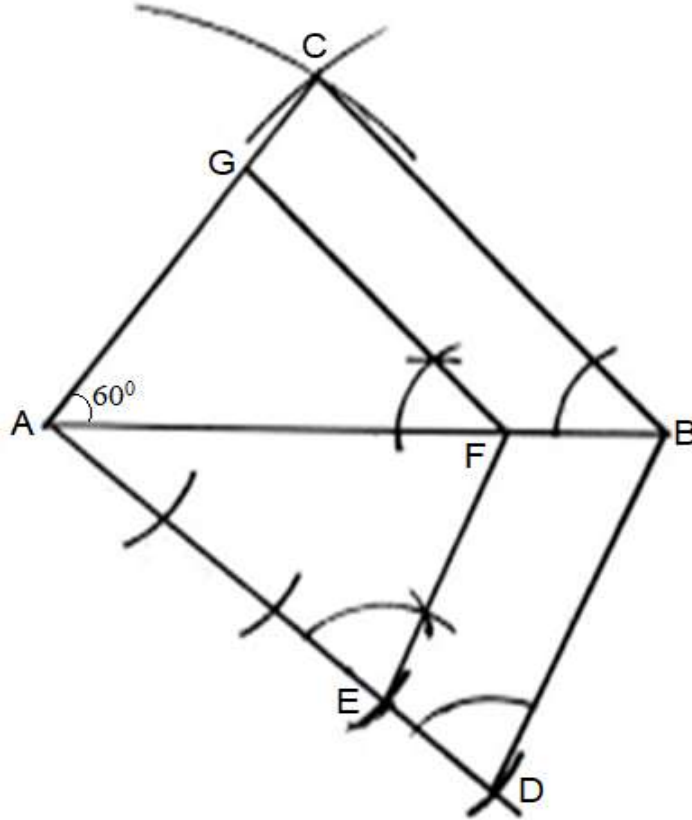


**ಅಭ್ಯಾಸ**

1.  $AB = 10$  cm ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು 3:2 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
2.  $PQ = 9$  cm ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು 5:3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
3.  $XY = 12$  cm ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು 4:3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
4.  $MN = 9$  cm ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು 3:7 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
5.  $AB = 8$  cm ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು 2:5 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

**ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ-1 (4 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $AB = 8$  cm ,  $AC = 6$  cm ಮತ್ತು  $\angle A = 60^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{3}{4}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಇರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



**ಅಭ್ಯಾಸ**

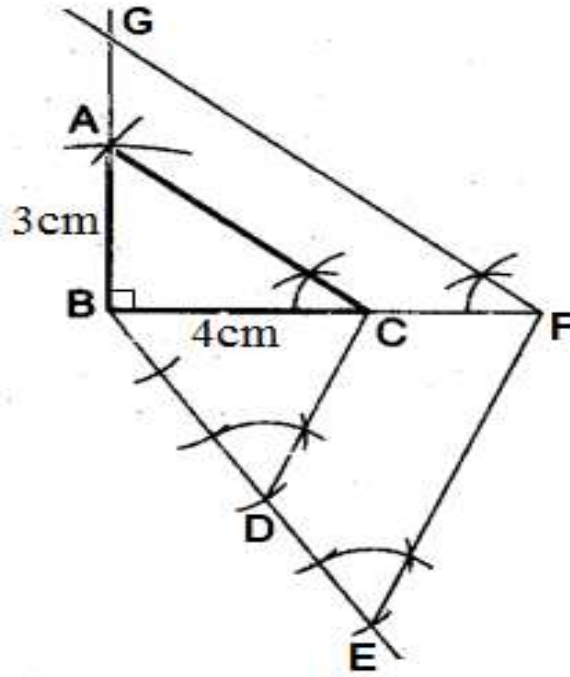
1.  $AB = 6$ cm ,  $BC = 7$ cm ಮತ್ತು  $\angle B = 60^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{3}{5}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
2.  $QR = 6$ cm ,  $\angle Q = 60^\circ$  ಮತ್ತು  $\angle R = 50^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle PQR$  ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{2}{3}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.



3. 6cm , 5cm ಮತ್ತು 7cm ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{7}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
4. 6cm ಅಳತೆಯ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{4}{5}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
5.  $AB = BC = 6cm$  ಮತ್ತು  $\angle B = 50^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{4}{7}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.

**ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ-2 (4 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $BC = 4cm$  ,  $AB = 3cm$  ಮತ್ತು  $\angle ABC = 90^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{3}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.



**ಅಭ್ಯಾಸ**

1.  $XY = 4cm$  ,  $YZ = 5cm$  ಮತ್ತು  $\angle Y = 50^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle XYZ$  ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{3}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
2.  $AB = 4cm$  ,  $\angle A = 60^\circ$  ಮತ್ತು  $\angle B = 50^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{4}{3}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.

3. 3cm, 4cm ಮತ್ತು 5cm ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $1\frac{1}{2}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
4. 3cm ಅಳತೆಯ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಎರಡರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
5.  $AB = BC = 4\text{cm}$  ಮತ್ತು  $\angle B = 50^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{7}{4}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.

ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)

ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು : (1 ಅಂಕ)

ಉದಾ : ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (5 , 4) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{Ans : ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ದೂರ } d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{25 + 16} = \underline{\underline{\sqrt{41}}}$$

ಅಭ್ಯಾಸ

1. ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ (3 , 4) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 5)
2. ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ (-6 , 8) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 10)
3. ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ (5 , 12) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 13)
4. ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ (-8 , 15) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 17)
5. ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ (7 , 24) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 25)

ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು : (2 ಅಂಕ)

ಉದಾ : (2 , 10) ಮತ್ತು (8 , 4) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(8 - 2)^2 + (4 - 10)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{36 + 36} \\ &= \sqrt{72} \\ &= \underline{\underline{6\sqrt{2}}} \end{aligned}$$



**ಅಭ್ಯಾಸ**

1. (2, 3) ಮತ್ತು (6, 6) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 5)
2. (2, 5) ಮತ್ತು (-3, -7) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 13)
3. (8, 3) ಮತ್ತು (8, -7) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 10)
4. (2, 8) ಮತ್ತು (6, 8) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : 4)
5. (2, -2) ಮತ್ತು (14, 10) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans :  $12\sqrt{2}$ )

**ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು : (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : (-3, 5) ಮತ್ತು (4, -9) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1:6 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans :  $(x_1, y_1)$  ಮತ್ತು  $(x_2, y_2)$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು  $m : n$  ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ

$$\text{ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು } (x, y) = \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$\therefore (x, y) = \left( \frac{1 \times 4 + 6 \times -3}{1+6}, \frac{1 \times -9 + 6 \times 5}{1+6} \right) = \left( \frac{4-18}{7}, \frac{-9+30}{7} \right) = \left( \frac{-14}{7}, \frac{21}{7} \right) = (-2, 3)$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1. (2, 1) ಮತ್ತು (7, 6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (5, 4)]
2. (-3, 5) ಮತ್ತು (4, -9) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1:6 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (-2, 3)]
3. (-2, 7) ಮತ್ತು (3, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (1, 1)]
4. (-3, 10) ಮತ್ತು (6, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2:7 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (-1, 6)]
5. (-3, 6) ಮತ್ತು (1, -2) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (-2, 4)]

**ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು : (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : (3,2) ಮತ್ತು (7,6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$P(x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left( \frac{3+7}{2}, \frac{2+6}{2} \right) = \left( \frac{10}{2}, \frac{8}{2} \right) = \underline{\underline{(5, 4)}}$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1. (3 , 2) ಮತ್ತು (7 , 8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (5 , 5)]
2. (4 , 5) ಮತ್ತು (8 , -1) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (6 , 2)]
3. (-4 , 2) ಮತ್ತು (-2 , 6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (-3 , 4)]
4. (-3 , -2) ಮತ್ತು (7 , 8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (2 , 3)]
5. (1 , 2) ಮತ್ತು (-7 , 6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [Ans : (-3 , 4)]

**ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು : (3 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : (1 , 1) , (4 , 6) ಮತ್ತು (3 , 5) ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

Ans :  $(x_1, y_1) = (1, 1)$  ,  $(x_2, y_2) = (4, 6)$  ಮತ್ತು  $(x_3, y_3) = (3, 5)$  ಎಂದಿರಲಿ.

$$A = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} [1(6 - 5) + 4(5 - 1) + 3(1 - 6)]$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} [1(1) + 4(4) + 3(-5)]$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} [1 + 16 - 15]$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} [2]$$

$$\therefore \underline{\underline{A = 1}}$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1. (1,1) , (2,3) ಮತ್ತು (4,5) ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ. [Ans : 1]
2. (1, -1), (-4,6) ಮತ್ತು (-3, -5) ಶೃಂಗಗಳಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ. [Ans : 24]
3. (5,2) , (4,7) ಮತ್ತು (7, -4) ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ. [Ans : 2]
4. (-5,1) , (3, -5) ಮತ್ತು (5,2) ಶೃಂಗಗಳಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ. [Ans : 34]
5. (-5,7) , (-4, -5) ಮತ್ತು (4,5) ಶೃಂಗಗಳಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ. [Ans : 53]

**ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು-1 (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $\sqrt{2}$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Ans :  $\sqrt{2}$  ಇದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದಿರಲಿ.

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{ ಇಲ್ಲಿ } p \text{ ಮತ್ತು } q \text{ ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow q^2 \text{ ಇದು } p^2 \text{ ವನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.}$$

$$\Rightarrow q \text{ ಇದು } p \text{ ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.}$$

ಇದು ವೈರುಧ್ಯತೆಗೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,  $\sqrt{2}$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1.  $\sqrt{3}$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
2.  $\sqrt{3}$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
3.  $\sqrt{7}$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

**ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು-2 (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $\sqrt{2}+3$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Ans :  $\sqrt{2}+3$  ಇದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದಿರಲಿ.

$$\Rightarrow \sqrt{2}+3 = \frac{p}{q} \text{ ಇಲ್ಲಿ } p \text{ ಮತ್ತು } q \text{ ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 3$$

ಆದರೆ,  $p$  ಇದು  $q$  ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ  $\frac{p}{q} - 3$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

$$\Rightarrow \sqrt{2} \text{ ಇದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.}$$

ಇದು ವೈರುಧ್ಯತೆಗೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,  $\sqrt{2}+3$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1.  $\sqrt{5}-3$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
2.  $7+\sqrt{5}$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
3.  $2-\sqrt{5}$  ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು (2 ಅಂಕ) :

ಉದಾ : 72 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

Ans :

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$\therefore 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

ಅಭ್ಯಾಸ

1. 240 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.
2. 7650 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.
3. 3381 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.
4. 3240 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.
5. 1008 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)

ಉದಾ : 255 ಮತ್ತು 867 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans :

2	255	867	3
	204	765	
	51	102	2
		102	
		0	

$$\therefore 255 \text{ ಮತ್ತು } 867 \text{ ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.} = 51$$

ಅಭ್ಯಾಸ

1. 81 ಮತ್ತು 108 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. 125 ಮತ್ತು 55 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. 84 ಮತ್ತು 105 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. 1353 ಮತ್ತು 861 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. 135 ಮತ್ತು 225 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ (3 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $(x^3-3x^2+5x-1)$  ನ್ನು  $(x-1)$  ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

Ans :

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 2x + 3 \\
 x-1 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 1} \\
 \underline{x^3 - x^2} \phantom{+ 5x - 1} \\
 -2x^2 + 5x - 1 \\
 \underline{-2x^2 + 2x} \phantom{- 1} \\
 3x - 1 \\
 \underline{3x - 3} \\
 2
 \end{array}$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1	$p(x) = (x^3 - x^2 - 3x - 1)$ ನ್ನು $g(x) = (x + 1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.
2	$p(x) = (x^2 + 2x^3 - 5x - 6)$ ನ್ನು $g(x) = (x - 1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.
3	$g(x) = (x - 2)$ ಇದು $p(x) = (x^3 + 4x^2 - 5)$ ಇದರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ? ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.
4	$g(x) = (x + 2)$ ಇದು $p(x) = (x^3 + 5x - 7)$ ಇದರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ? ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.
5	$g(x) = (x - 3)$ ಇದು $p(x) = (x^3 + 7x^2 + 3x - 6)$ ಇದರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ? ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

**ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $P(x) = x^2 + 2x - 15$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans :  $x^2 + 2x - 15 = 0$  ಎಂದಿರಲಿ.

$$\therefore x^2 + 5x - 3x - 15 = 0$$

$$\therefore x(x + 5) - 3(x + 5) = 0$$

$$\therefore (x + 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore (x + 5) = 0 \quad \text{OR} \quad (x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \quad \text{OR} \quad x = 3$$

$$\therefore \underline{x = -5 \text{ ಮತ್ತು } x = 3} \text{ ಇವು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿವೆ.}$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1.  $P(x) = x^2 - 7x + 12$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans :  $x = 4$  or  $x = 3$

2.  $x^2 + 15x + 50$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans :  $x = -10$  or  $x = -5$

3.  $P(x) = x^2 - 2x - 8$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans :  $x = 4$  or  $x = -2$

4.  $P(x) = x^2 - 7x + 12$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans :  $x = 4$  or  $x = 3$

5.  $P(x) = x^2 - x - 12$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans :  $x = 4$  or  $x = -3$

**ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $x^2 - x - 12$  ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans :  $x^2 - x - 12$  ಇಲ್ಲಿ  $a = 1$ ,  $b = -1$ ,  $c = -12$  ಆಗಿದೆ.

∴ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{1} = 1$  ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ  $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-12}{1} = -12$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ					
Sl.No.	Polynomials	Answers	Sl.No.	Polynomials	Answers
1	$x^2 - 7x + 12$	ಮೊ = 7, ಗು = 12	6	$x^2 - x - 12$	ಮೊ = 1, ಗು = -12
2	$x^2 + 15x + 50$	ಮೊ = -15, ಗು = 50	7	$8 + 5x^2 + 13x$	ಮೊ = $\frac{-13}{5}$ , ಗು = $\frac{8}{5}$
3	$x^2 - 8 - 2x$	ಮೊ = 2, ಗು = -8	8	$x^2 - 7x + 12$	ಮೊ = 7, ಗು = 12
4	$6x^2 - 13x + 6$	ಮೊ = $\frac{13}{6}$ , ಗು = 1	9	$p^2 - 3p$	ಮೊ = 3, ಗು = 0
5	$2x^2 - 3x - 5$	ಮೊ = $\frac{3}{2}$ , ಗು = $\frac{-5}{2}$	10	$y^2 - 8$	ಮೊ = 0, ಗು = -8

**ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : 5 ಮತ್ತು 3 ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans :  $\alpha$  ಮತ್ತು  $\beta$  ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

∴ 5 ಮತ್ತು 3 ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $x^2 - (5 + 3)x + 5 \times 3$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

∴ 5 ಮತ್ತು 3 ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $x^2 - 8x + 15$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

**ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು :**

ಉದಾ : ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 5 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 3 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans :  $\alpha$  ಮತ್ತು  $\beta$  ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

∴ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 5 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 3 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $x^2 - 5x + 3$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1	ಶೂನ್ಯತೆಗಳು -3 ಮತ್ತು 4 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 - x - 12$
2	ಶೂನ್ಯತೆಗಳು 5 ಮತ್ತು 6 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 - 11x + 30$
3	$2 + \sqrt{3}$ ಮತ್ತು $2 - \sqrt{3}$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 - 4x + 1$
4	$\frac{2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $12x^2 - 17x + 6$
5	ಶೂನ್ಯತೆಗಳು 3 ಮತ್ತು 4 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 - 7x + 12$
6	ಶೂನ್ಯತೆಗಳು -1 ಮತ್ತು 3 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 - 2x - 3$
7	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 3 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 4 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 - 3x + 4$
8	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 0 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ $\frac{5}{3}$ ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $3x^2 + 5$
9	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -2 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 1 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 + 2x + 1$
10	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 1 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ -30 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	Ans : $x^2 - x - 30$

**ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $x^2 - 2x - 3 = 0$  ಈ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

Ans :  $x^2 - 2x - 3 = 0$  ಇಲ್ಲಿ ,  $a = 1$  ,  $b = -2$  ,  $c = -3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2+4}{2} \text{ OR } x = \frac{2-4}{2}$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ OR } x = -1$$



**ಅಭ್ಯಾಸ**

ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

Sl. No.	Equations	Answers	Sl. No.	Equations	Answers
1	$x^2 - 7x + 12 = 0$	4 or 3	6	$6x^2 - 13x + 6 = 0$	$\frac{3}{2}$ or $\frac{2}{3}$
2	$x^2 - 2x - 4 = 0$	$1 + \sqrt{5}$ or $1 - \sqrt{5}$	7	$2x^2 - 3x - 5 = 0$	$\frac{5}{2}$ or $-1$
3	$x^2 - 4x + 2 = 0$	$2 + \sqrt{2}$ or $2 - \sqrt{2}$	8	$5x^2 + 13x + 8 = 0$	$-\frac{8}{5}$ or $-1$
4	$2y^2 + 6y = 3$	$\frac{-3 + \sqrt{3}}{2}$ or $\frac{-3 - \sqrt{3}}{2}$	9	$4x^2 + 3x - 2 = 0$	$\frac{3 + \sqrt{41}}{8}$ or $\frac{3 - \sqrt{41}}{8}$
5	$x^2 + 15x + 50 = 0$	-10 or -5	10	$x^2 - 4x - 8 = 0$	$2 + 2\sqrt{3}$ or $2 - 2\sqrt{3}$

**ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ :  $x^2 + 6x + 9 = 0$  ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

Ans :  $x^2 + 6x + 9 = 0$  ಇಲ್ಲಿ  $a = 1$  ,  $b = 6$  ,  $c = 9$

∴ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಶೋಧಕ

$$\begin{aligned}
 &= b^2 - 4ac \\
 &= 6^2 - 4 \times 1 \times 9 \\
 &= 36 - 36 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

ಇಲ್ಲಿ ಶೋಧಕ  $b^2 - 4ac = 0$  ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

**ಅಭ್ಯಾಸ**

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

Sl.No.s	Equations	Sl.No.s	Equations
1	$x^2 - 7x + 12 = 0$	6	$6x^2 - 13x + 6 = 0$
2	$x^2 - 2x - 4 = 0$	7	$2x^2 - 3x - 5 = 0$
3	$x^2 - 4x + 2 = 0$	8	$5x^2 + 13x + 8 = 0$
4	$2y^2 + 6y = 3$	9	$x^2 - 4x - 8 = 0$
5	$x^2 + 15x + 50 = 0$	10	$4x^2 + 3x - 2 = 0$

**ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು (2 ಅಂಕ)**

ಉದಾ : ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚೆಮ್ಮಿದಾಗ ಎರಡೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ತೆರನಾದ ಮುಖ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ?

Ans : ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಚೆಮ್ಮುವ ಪ್ರಯೋಗದ ಫಲಿತಾಂಶ ಗಣ  $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

$$\therefore n(S) = 4$$

ಎರಡೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ತೆರನಾದ ಮುಖ ಬೀಳುವ ಘಟನೆ  $A = \{HH, TT\}$   $\therefore n(A) = 2$

$$\therefore \text{ಎರಡೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ತೆರನಾದ ಮುಖ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ}, P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

1. ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚೆಮ್ಮಿದಾಗ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಹೆಡ್ ಮೇಲೆ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ?

$$(Ans = \frac{3}{4})$$

2. ಮೂರು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚೆಮ್ಮಿದಾಗ ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಹೆಡ್ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ?

$$(Ans = \frac{3}{8})$$

3. ಆರು ಮುಖಗಳ ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೇಲೆ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ?

$$(Ans = \frac{1}{2})$$

4. ಆರು ಮುಖಗಳ ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಎರಡೂ ದಾಳಗಳ ಮೇಲೆ ಬೀಳುವ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 8

$$\text{ಆಗುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ? } (Ans = \frac{5}{36})$$

5. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 5 ಕೆಂಪು , 8 ಬಿಳಿ ಮತ್ತು 4 ಹಸಿರು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಗೋಲಿಯನ್ನು ಹೊರಗೆ

$$\text{ತೆಗೆದಾಗ ಅದು (i) ಕೆಂಪು ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ? } (Ans = \frac{5}{17})$$

$$(ii) \text{ ಹಸಿರು ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ? } (Ans = \frac{4}{17})$$

**ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ ಅಥವಾ ರೂಢಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ)**

**ಸರಾಸರಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ) :**

ಉದಾ : ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ :

ವರ್ಗಾಂತರಗಳು	0 - 4	5 - 9	10-14	15-19	20-24
ಆವೃತ್ತಿ	1	5	8	5	1

Ans :

ವರ್ಗಾಂತರಗಳು (C.I.)	ಆವೃತ್ತಿ (f)	ವರ್ಗಾಂತರಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (x)	fx
0 - 4	1	2	2
5 - 9	5	7	35
10 - 14	8	12	96
15 - 19	5	17	85
20 - 24	1	22	22
	N = 20		$\sum fx = 240$

ಇಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತ,  $N = \sum f = 20$  ಮತ್ತು  $\sum fx = 240$

$$\therefore \text{ಸರಾಸರಿ, } \bar{X} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{240}{20} = \underline{\underline{12}}$$

ಅಭ್ಯಾಸ

ಈ ಕೆಳಗೆ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

1)

C.I.	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	Ans : $\bar{X} = 41$
f	4	5	2	9	N = 20

2)

C.I.	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10	Ans : $\bar{X} = 5$
f	5	6	3	1	N = 15

3)

C.I.	40 - 44	45 - 49	50 - 54	55 - 59	60 - 64	65 - 69	Ans : $\bar{X} = 55$
f	4	7	14	11	8	6	N = 50

4)

C.I.	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	Ans : $\bar{X} = 27$
f	5	8	15	16	6	N = 50

5)

C.I.	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20	Ans : $\bar{X} = 10$
f	4	5	12	5	4	N = 30

6)

C.I.	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	Ans : $\bar{X} = 26$
f	5	12	14	11	8	N = 50

7)

C.I.	1 - 3	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	11 - 13	Ans : $\bar{X} = 7$
f	3	12	14	19	7	5	N = 60

8)

C.I.	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	Ans : $\bar{X} = 25$
f	3	5	9	5	3	N = 25

9)

C.I.	1 - 3	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	Ans : $\bar{X} = 5$
f	4	6	2	2	2	N = 16

10)

C.I.	1 - 3	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	Ans : $\bar{X} = 5$
f	4	5	1	2	2	N = 14

**ರೂಢಿ ಬೆಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ) :**

ಉದಾ : ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ :

ವರ್ಗಾಂತರಗಳು (C.I.)	ಆವೃತ್ತಿ (f)
0 - 10	4
10 - 20	5
20 - 30	10
30 - 40	8
40 - 50	3
	N = 30

Ans : ಇಲ್ಲಿ ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ , L = 20

ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ ,  $f_1 = 10$

ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ ,  $f_0 = 5$

ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ ,  $f_2 = 8$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ , h = 10

ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿಬೆಲೆ) =

$$\begin{aligned}
 & L + \left[ \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h \\
 & = 20 + \left[ \frac{10 - 5}{2 \times 10 - 5 - 8} \right] \times 10 \\
 & = 20 + \frac{5}{7} \times 10 \\
 & = 20 + 7.1428... \\
 & = \underline{\underline{27.1428...}}
 \end{aligned}$$

**ಅಭ್ಯಾಸ**

ಈ ಕೆಳಗೆ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಗೆ ರೂಢಿಬೆಲೆ (ಬಹುಲಕ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

1)

C.I.	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	Ans : Mode = 24
f	2	3	5	2	

2)

C.I.	1 - 3	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	Ans : Mode = 3.28
f	7	8	2	2	1	

3)

C.I.	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	Ans : Mode = 30.6
f	3	8	9	10	3	0	2	

4)

C.I.	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	Ans : Mode = 36.8
f	6	11	21	23	14	5	

5)

C.I.	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	Ans : Mode = 44.7
f	7	14	13	12	20	11	15	

6)

C.I.	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100	100 - 120	Ans : Mode = 65.6
f	10	35	52	61	38	29	

7)

C.I.	10 - 25	25 - 40	40 - 55	55 - 70	70 - 85	85 - 100	Ans : Mode = 52
f	2	3	7	6	6	6	

8)

C.I.	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	Ans : Mode = 24.2
f	5	12	20	9	4	

9)

C.I.	1 - 3	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	11 - 13	Ans : Mode = 6.2
f	20	45	80	55	40	12	

10)

C.I.	200-201	201-202	202-203	203-204	204-205	205-206	Ans : Mode = 201.7
f	12	26	20	9	2	1	

**ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ) :**

ಉದಾ : ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ :

ವರ್ಗಾಂತರಗಳು	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25
ಆವೃತ್ತಿ	3	5	9	8	5

Ans :

ವರ್ಗಾಂತರಗಳು (C.I.)	ಆವೃತ್ತಿ (f)	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (cf)
0 - 5	3	3
5 - 10	5	8
<b>10 - 15</b>	<b>9</b>	<b>17</b>
15 - 20	8	25
20 - 25	5	30
	N = 30	

ಇಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಆವೃತ್ತಿ N = 30.  $\therefore \frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ , L = 10

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದವರೆಗಿನ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ , cf = 8

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ , f = 9

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ ,  $h = 5$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ (ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ)} : \quad M_d &= L + \left[ \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right] \times h \\ &= 10 + \left[ \frac{15 - 8}{9} \right] \times 5 \\ &= 10 + \frac{7 \times 5}{9} \\ &= 10 + 3.\bar{8} \\ &= \underline{\underline{13.\bar{8}}} \end{aligned}$$

ಅಭ್ಯಾಸ

ಈ ಕೆಳಗೆ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ (ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1)

C.I.	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65	Ans : Median = 45.4
f	14	16	18	23	18	8	3	N = 100

2)

C.I.	85 – 100	100 – 115	115 – 130	130 – 145	Ans : Median = 109.17
f	11	9	8	5	N = 33

3)

C.I.	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	Ans : Median = 21.25
f	22	10	8	15	5	6	N = 66

4)

C.I.	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	Ans : Median = 49.41
f	6	11	17	12	4	N = 50

5)

C.I.	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	Ans : Median = 28.5
f	5	8	20	15	7	5	N = 60

6)

C.I.	1 – 4	4 – 7	7 – 10	10 – 13	13 – 16	16 – 19	Ans : Median = 8.05
f	6	30	40	16	4	4	N = 100

7)

C.I.	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	Ans : Median = 24.43
f	20	36	44	33	18	N = 151

8)

C.I.	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	Ans : Median = 21.3
f	5	8	16	23	10	8	N = 70

9)

C.I.	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	Ans : Median = 14.37
f	5	17	32	31	8	7	N = 100

**ಓಜಿವ್ ರಚಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ)**

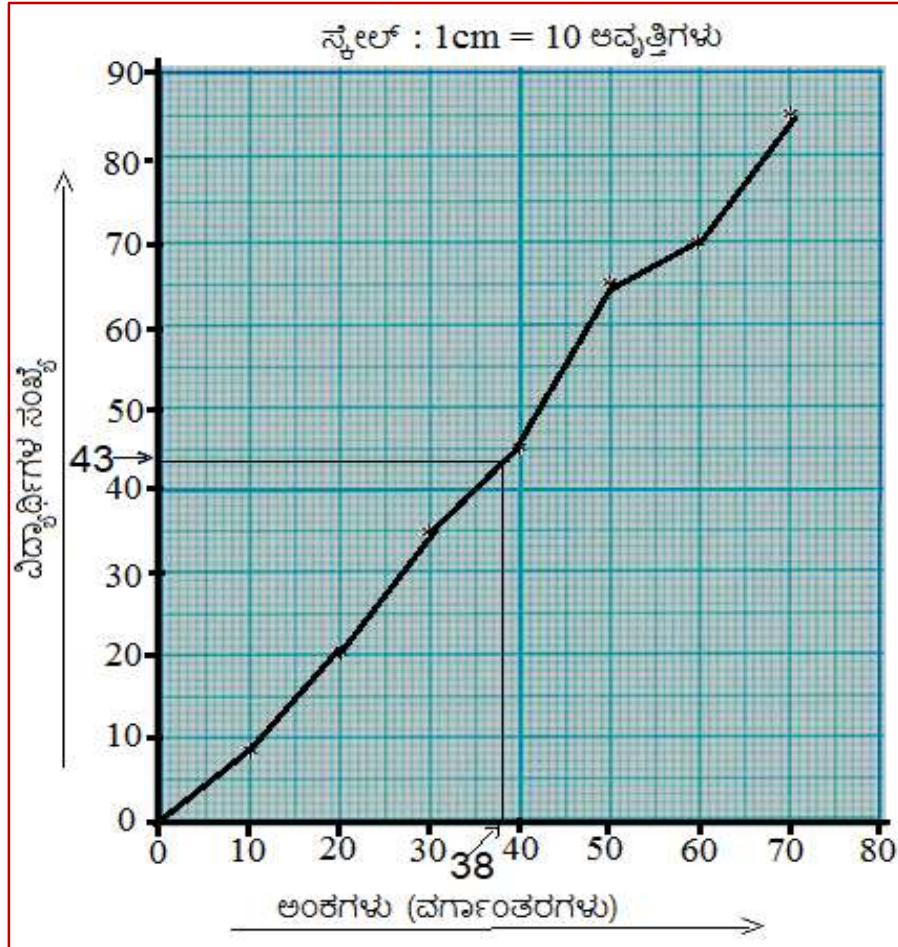
**ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ) :**

ಉದಾ : 1) ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಂಕಗಳು	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	8	12	15	10	20	5	15

Ans ::

ಅಂಕಗಳು	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಕಡಿಮೆ ಇರುವಂತೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0 – 10	8	10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
10 – 20	12	20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
20 – 30	15	30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35
30 – 40	10	40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	45
40 – 50	20	50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	65
50 – 60	5	60 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	70
60 – 70	15	70 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	85



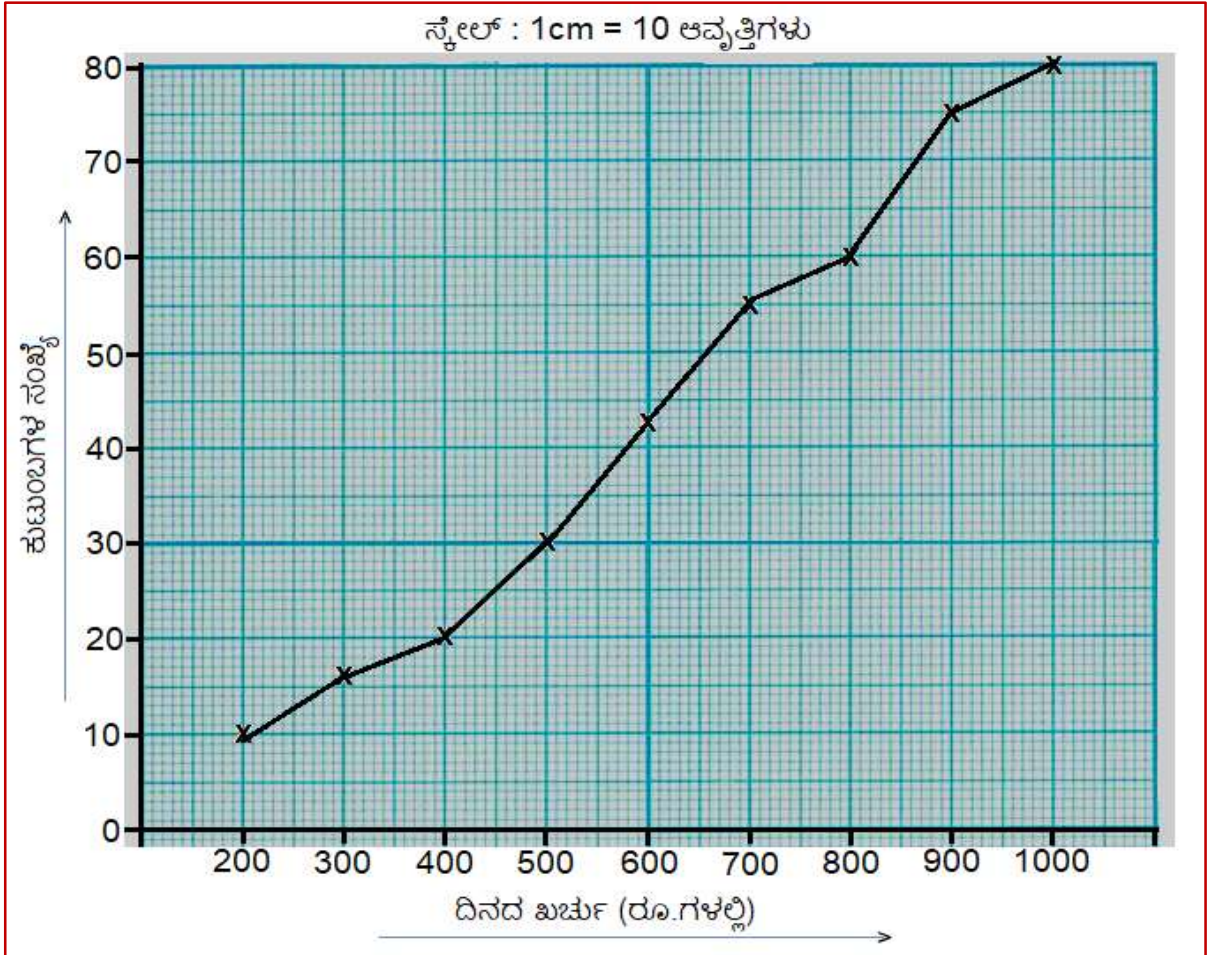


ಇಲ್ಲಿ  $N = 85$  ಆಗಿದೆ.  $\therefore$  ಮಧ್ಯಾಂಕ =  $\frac{85+1}{2} = 43$  ನೇ ಅಂಕ

$y = 43$  ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದಾಗ ಅದು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು (38,43) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತದೆ.  $\therefore$  ಮಧ್ಯಾಂಕ = 38

ಉದಾ : 2) ಈ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಗೆ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸಿ :

ದಿನದ ಖರ್ಚು (ರೂ)	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
200 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	10
300 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	16
400 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
500 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	30
600 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	43
700 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	55
800 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	60
800 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	75
800 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	80



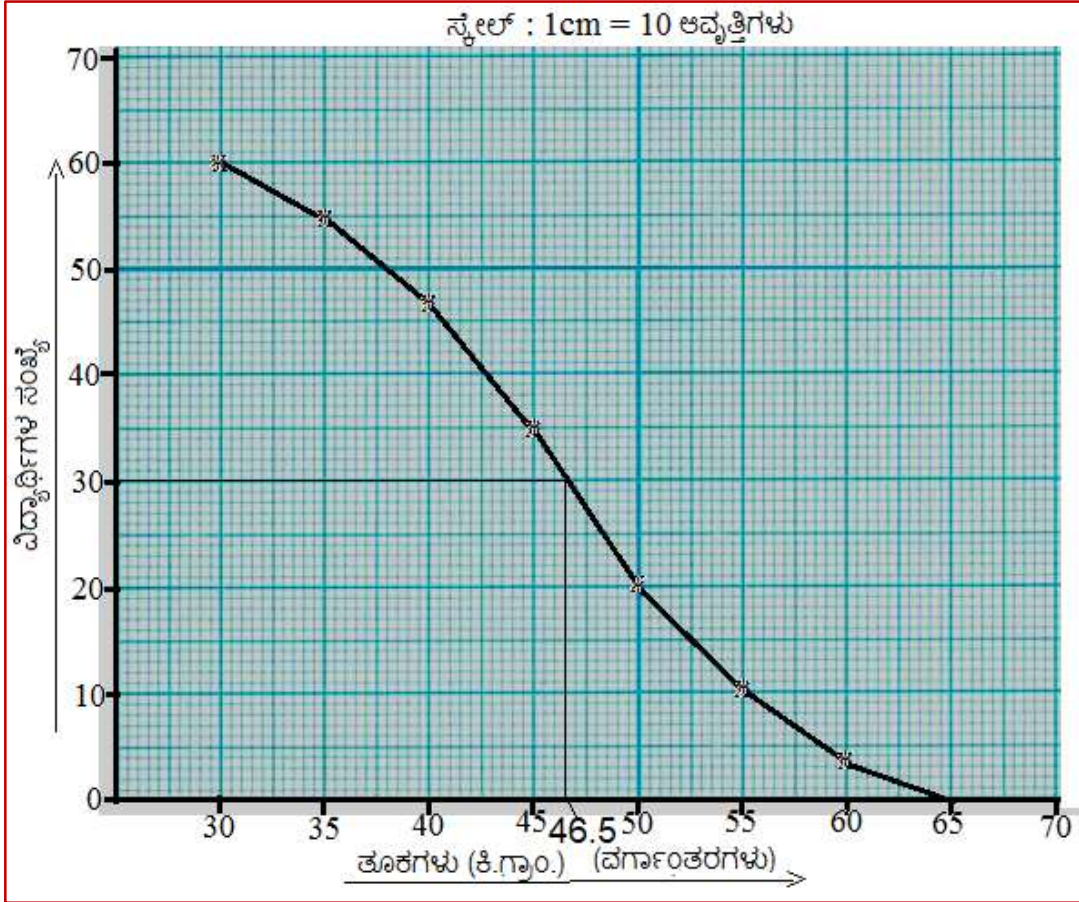
**ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸುವುದು (3 ಅಂಕ) :**

ಉದಾ : 1) ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸಿ , ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತೂಕಗಳು (ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.)	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	60 - 65
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	5	8	12	15	10	7	3

Ans :

ತೂಕಗಳು (ಕಿ.ಗ್ರಾಂ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಅಧಿಕ ಇರುವಂತೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
30 - 35	5	30 ಅಥವಾ 30 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	60
35 - 40	8	35 ಅಥವಾ 35 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	55
40 - 45	12	40 ಅಥವಾ 40 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	47
45 - 50	15	45 ಅಥವಾ 45 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	35
50 - 55	10	50 ಅಥವಾ 50 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	20
55 - 60	7	55 ಅಥವಾ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	10
60 - 65	3	60 ಅಥವಾ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	3



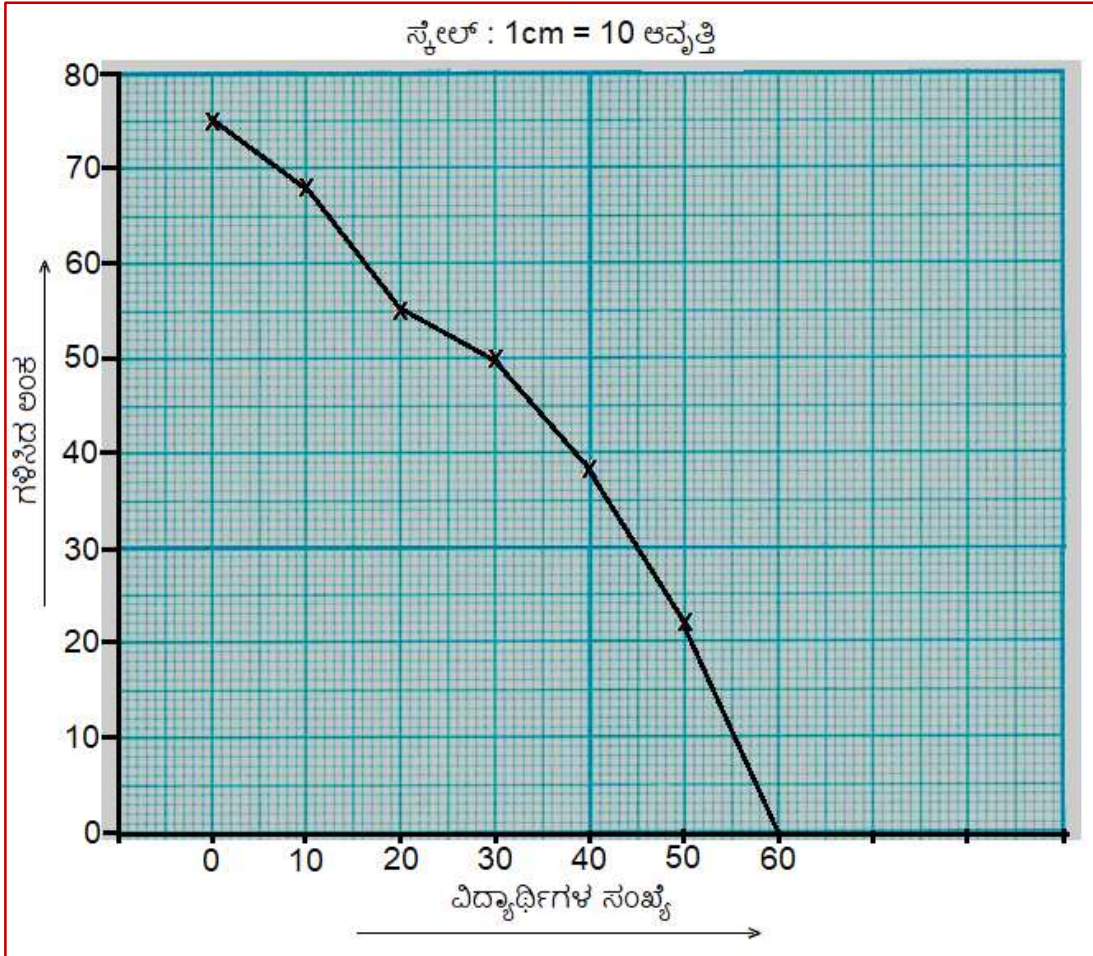
ಇಲ್ಲಿ N = 60 ಆಗಿದೆ.  $\therefore$  ಮಧ್ಯಾಂಕ =  $\frac{60}{2} = 30$  ನೇ ಅಂಕ (ಅಂದಾಜು)

y = 30 ರೇಖೆಯು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು (46.5 , 30) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.  $\therefore$  ಮಧ್ಯಾಂಕ = 46.5



ಉದಾ : 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಗೆ ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸಿ :

ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
0 ಅಥವಾ 0 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	75
10 ಅಥವಾ 10 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	68
20 ಅಥವಾ 20 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	55
30 ಅಥವಾ 30 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	50
40 ಅಥವಾ 40 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	38
50 ಅಥವಾ 50 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	22



**ಅಭ್ಯಾಸ**

ಈ ಕೆಳಗೆ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣ ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳಿಂದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ನಕ್ಷೆ (ಓಜಿವ್) ರಚಿಸಿ :  
(ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಮತ್ತು ಅಧಿಕ ಇರುವ ಓಜಿವ್ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ)

1)

ಅಂಕಗಳು	100 – 120	120 – 140	140 – 160	160 – 180	180 – 200
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	12	14	8	6	10

2)

ತೂಕ (ಕಿ.ಗ್ರಾಂ)	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75	75 – 80
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	8	12	24	38	16

3)

ಅಂಕಗಳು	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	12	2	4	3	4	3

4)

ವಯಸ್ಸು	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90
ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ	4	8	12	24	20	14	3

5) ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸಿ :

ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷ)	ಗಂಡಸರ ಸಂಖ್ಯೆ
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	10
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	23
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	30
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	45
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	60
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	85

6) ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸಿ :

ಎತ್ತರ (ಸೆಂ.ಮೀ)	ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ
120 ಅಥವಾ 120 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	85
125 ಅಥವಾ 125 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	65
130 ಅಥವಾ 130 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	55
135 ಅಥವಾ 135 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	50
140 ಅಥವಾ 140 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	28
145 ಅಥವಾ 145 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	15
150 ಅಥವಾ 150 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	10
155 ಅಥವಾ 155 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	5

ಸೂತ್ರಗಳು , ಪ್ರಮೇಯಗಳು , ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳು , ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ (3 ಅಂಕ)

### ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ :  $a, a+d, a+2d \dots a+(n-1)d$

$n$  ನೇ ಪದ :  $a_n = a+(n-1)d$

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ :  $d = \frac{a_p - a_q}{p - q}$

ಮೊದಲ  $n$  ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ :  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$

ಮೊದಲ  $n$  ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ :  $S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$

ಮೊದಲ  $n$  ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ :  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

ಮೊದಲ  $n$  ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ :  $S_n = n^2$

ಮೊದಲ  $n$  ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ :  $S_n = n(n+1)$

ಇಲ್ಲಿ  $a = a_1 =$  ಮೊದಲನೇ ಪದ

$d =$  ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

$n =$  ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

$a_n = n$  ನೇ ಪದ

$a_p = p$  ನೇ ಪದ

$a_q = q$  ನೇ ಪದ

$S_n =$  ಮೊದಲ  $n$  ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ

ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ :  $a, b, c$  ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆಗ  $b = \frac{a+c}{2}$  ಆಗುತ್ತದೆ.

### ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ಥೇಲ್ಮನ ಪ್ರಮೇಯ : (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

“ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ”.

ಥೇಲ್ಮನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ)

“ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ”.

ಥೇಲ್ಮನ ಪ್ರಮೇಯದ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ :

“ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಅಂತಃಖಂಡ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ”.

ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯ : “ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : “ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

ಪೈಥಾಗೋರೀಯ ತ್ರಿವಳಿಗಳಿಗೆ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು :

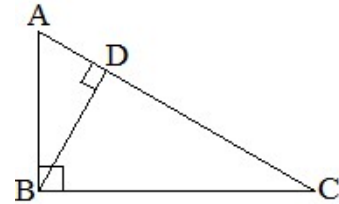
(3, 4, 5) , (6, 8, 10) , (5, 12, 13) , (8, 15, 17) , (7, 24, 25) , (20, 21, 29) , (12, 35, 37), (9, 40, 41), (28, 45, 53), (11, 60, 61), (33, 56, 65), (16, 63, 65) (48, 55, 73), (36, 77, 85), (13, 84, 85), (39, 80, 89), (65, 72, 97) . . . . .etc.

$\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $\angle ABC = 90^\circ$  ಮತ್ತು  $BD \perp AC$  ಆದರೆ, ಆಗ

$$AB^2 = AC \cdot AD$$

$$BC^2 = AC \cdot CD$$

$$BD^2 = AD \cdot DC$$



### ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ :  $ax + by + c = 0$

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಗಳು ಎರಡು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಾದಾಗ			
ಹೋಲಿಕೆ	ನಕ್ಷೆಯ ಸ್ವರೂಪ	ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಮೀಕರಣಗಳ ವಿಧ
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	ಒಂದು ಪರಿಹಾರ ಇದೆ	ಸ್ಥಿರ ಮತ್ತು ಸ್ವತಂತ್ರ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ	ಸ್ಥಿರ ಮತ್ತು ಅವಲಂಬಿತ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳು	ಪರಿಹಾರಗಳಿಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದ ಸೂತ್ರ :

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ಮತ್ತು  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  ಗಳು ಎರಡು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಾದಾಗ

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

**ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ =  $\pi \times$  ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ =  $2\pi r$

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $\pi r^2$  ಇಲ್ಲಿ  $r$  = ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ

ಕಂಸದ ಉದ್ದ :

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸ APB ಯ ಉದ್ದ ,  $l = \frac{2\pi r\theta}{360^\circ}$

ಇಲ್ಲಿ  $r$  = ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು  $\theta$  = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೇಂದ್ರ ಕೋನ

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ :

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ,  $A = \frac{\pi r^2\theta}{360^\circ}$

ಇಲ್ಲಿ  $r$  = ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು  $\theta$  = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೇಂದ್ರ ಕೋನ

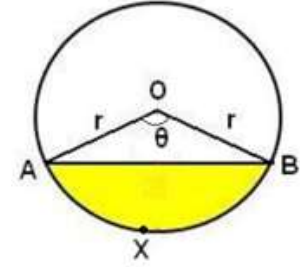
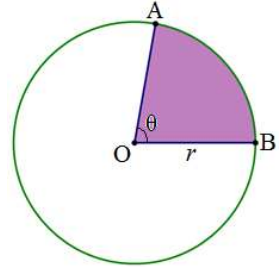
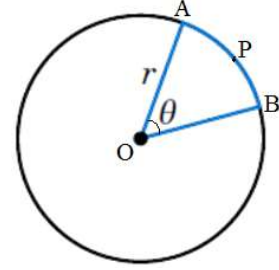
ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ :

ವೃತ್ತಖಂಡ AXB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ OAXB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ -  $\Delta OAB$  ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \frac{\pi r^2\theta}{360^\circ} - \Delta OAB \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

ಇಲ್ಲಿ  $r$  = ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು  $\theta$  = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೇಂದ್ರ ಕೋನ



**ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ**

ದೂರದ ಸೂತ್ರ : ಮೂಲ ಬಿಂದು (0, 0) ಯಿಂದ (x, y) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ  $d = \sqrt{x^2 + y^2}$

( $x_1, y_1$ ) ಮತ್ತು ( $x_2, y_2$ ) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ :

( $x_1, y_1$ ) ಮತ್ತು ( $x_2, y_2$ ) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು  $m : n$  ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ

$$\text{ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು } (x, y) = \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

**ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ :**

$(x_1, y_1)$  ಮತ್ತು  $(x_2, y_2)$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$(x, y) = \left( \frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right)$$

**ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರ :**

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  ಮತ್ತು  $(x_3, y_3)$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$A = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

### ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

**ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ :**

$$\text{ಭಾಜ್ಯ} = \text{ಭಾಜಕ} \times \text{ಭಾಗಲಬ್ಧ} + \text{ಶೇಷ}$$

ಅಥವಾ

$$a = bq + r$$

ಅಥವಾ

$$p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$$

**ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲಪ್ರಮೇಯ :**

“ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಕೂಡಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

**ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ.ಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ :**

$$\text{ಮ.ಸಾ.ಅ. } (a, b) \times \text{ಲ.ಸಾ.ಅ. } (a, b) = a \times b$$

ಅಥವಾ

$A$  ಮತ್ತು  $B$  ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ. ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $H$  ಮತ್ತು  $L$  ಆದರೆ , ಆಗ

$$A \times B = H \times L \text{ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.}$$

**ಹೇಳಿಕೆ :** ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ  $p$  ಯು  $a^2$  ನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ , ಆಗ ಅದು  $a$  ಯನ್ನು ಕೂಡಾ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$$p \text{ divides } a^2 \Rightarrow p \text{ divides } a$$

**ಹೇಳಿಕೆ :**  $p$  ಮತ್ತು  $q$  ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವಂತೆ , ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು  $\frac{p}{q}$  ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

**ಹೇಳಿಕೆ :** ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದವು  $2^m \times 5^n$  ರೂಪದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಅದು ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅದು ಅವರ್ತ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ.

### ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಆದರ್ಶ ರೂಪ :  $ax + b$

ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಆದರ್ಶ ರೂಪ :  $ax^2 + bx + c$

ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ :  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ :  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$\alpha$  ಮತ್ತು  $\beta$  ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ :  $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

### ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

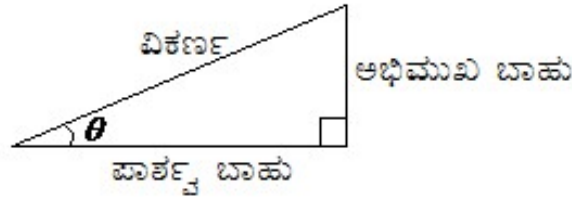
ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಆದರ್ಶ ರೂಪ :  $ax^2 + bx + c = 0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು :  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

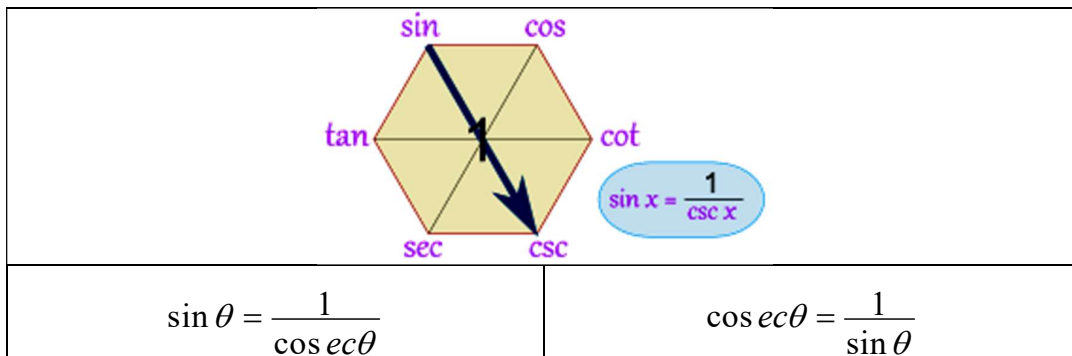
ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಶೋಧಕ :  $b^2 - 4ac$

$b^2 - 4ac = 0$ ಆದಾಗ	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ
$b^2 - 4ac > 0$ ಆದಾಗ	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತವೆ
$b^2 - 4ac < 0$ ಆದಾಗ	ಮೂಲಗಳು ಉಹಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತವೆ

### ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ



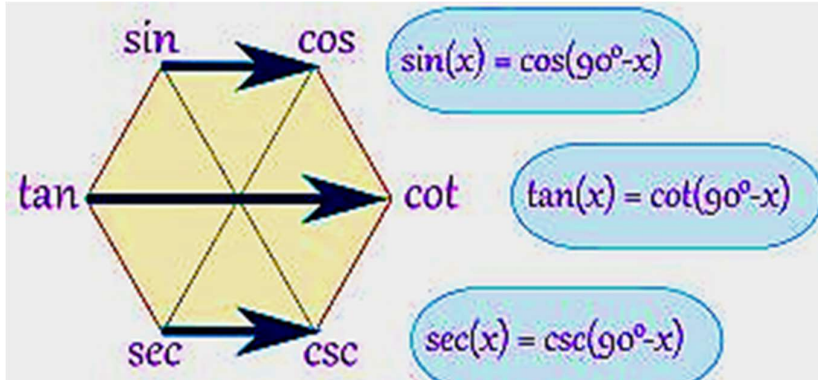
$\sin \theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\cos \theta = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\tan \theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}$
$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$	$\sec \theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}$	$\cot \theta = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$



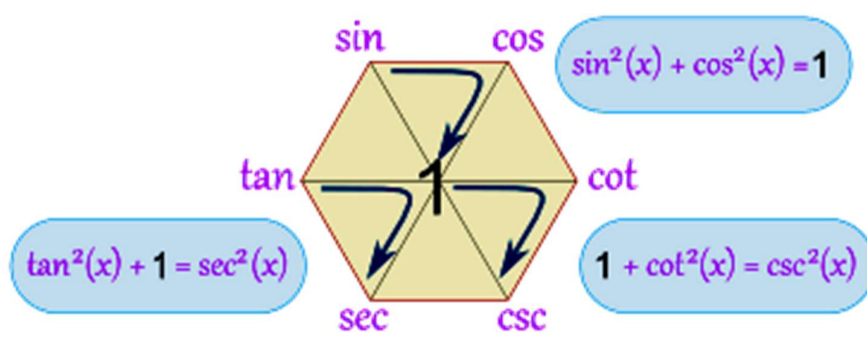


$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$
$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Not defined
$\cot \theta$	Not defined	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	Not defined
$\operatorname{cosec} \theta$	Not defined	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1



$\sin(90-\theta) = \cos \theta$   
 $\cos(90-\theta) = \sin \theta$   
 $\operatorname{cosec}(90-\theta) = \sec \theta$   
 $\sec(90-\theta) = \operatorname{cosec} \theta$   
 $\tan(90-\theta) = \cot \theta$   
 $\cot(90-\theta) = \tan \theta$



$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$   
 $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$   
 $1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$

ಸರಾಸರಿ :  $\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$  ಅಥವಾ  $\bar{X} = \frac{\sum f x}{N}$

ಇಲ್ಲಿ  $x$  = ಅಂಕಗಳು ಅಥವಾ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು  
 $f$  = ಆವೃತ್ತಿ  
 $N$  = ಅಂಕಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಒಟ್ಟು ಆವೃತ್ತಿ

ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿಬೆಲೆ) =  $l + \left[ \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$

ಇಲ್ಲಿ  $l$  = ರೂಢಿಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  
 $f_0$  = ರೂಢಿಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  
 $f_1$  = ರೂಢಿಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  
 $f_2$  = ರೂಢಿಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  
 $h$  = ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ

ಮಧ್ಯಾಂಕ (ಮಧ್ಯಮಬೆಲೆ) =  $l + \left[ \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$

ಇಲ್ಲಿ  $l$  = ಮಧ್ಯಮಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  
 $N$  = ಒಟ್ಟು ಆವೃತ್ತಿ  
 $cf$  = ಮಧ್ಯಮಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದವರೆಗಿನ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ  
 $f$  = ಮಧ್ಯಮಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  
 $h$  = ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ

**ಸಂಭವನೀಯತೆ**

ಸಂಭವನೀಯತೆ =  $\frac{\text{ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$  ಇಲ್ಲಿ  $A$  ಮತ್ತು  $\bar{A}$  ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳು

**ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು**

	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲಿಂಡರ್	$A = 2\pi rh$	$A = 2\pi r(r + h)$	$V = \pi r^2 h$
ಶಂಕು	$A = \pi rl$	$A = \pi r(r + l)$	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$A = \pi(R + r)l$	$A = \pi(R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2$	$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$
ಗೋಳ	$A = 4\pi r^2$	$A = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧ ಗೋಳ	$A = 2\pi r^2$	$A = 3\pi r^2$	$V = \frac{2}{3}\pi r^3$

**ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆ : 2022-23**

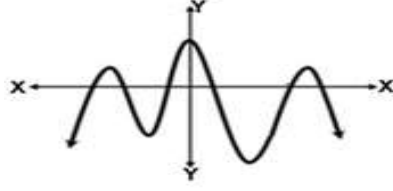
ಅವಧಿ : 3 ಗಂಟೆ 15 ನಿಮಿಷ

ಗಣಿತ

ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕ : 80

- $M$  ಮತ್ತು  $N$  ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ.ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $H$  ಮತ್ತು  $L$  ಆದರೆ, ಆಗ . . . . .  $1 \times 8 = 8$   
 A)  $M \times H = N \times L$       B)  $M \times N = H \times L$       C)  $M \times L = N \times H$       D)  $H \times M = N \times L$
- $x + y = 3$  ಮತ್ತು  $5x + 5y = 1$  ಈ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ . . . . . ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.  
 A) ಒಂದು      B) ಎರಡು      C) ಅನಂತ      D) ಪರಿಹಾರಗಳೇ ಇಲ್ಲ
- $x^2 - 3x = 0$  ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಯಾವುವು ?  
 A)  $-3, 0$       B)  $0, 0$       C)  $3, 0$       D)  $3, 1$
- $(x, y)$  ಮತ್ತು  $(0,0)$  ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು . . . . .  
 A)  $\sqrt{x^2 - y^2}$       B)  $\sqrt{x^2 + y^2}$       C)  $x^2 + y^2$       D)  $x^2 - y^2$
- $\sin 30^\circ - \cos 60^\circ$  ಇದರ ಬೆಲೆ . . . . .  
 A) 0      B) 1      C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D)  $\frac{1}{2}$
- ಸಂಭವನೀಯತೆ = 1 ಆಗಿರುವ ಘಟನೆ . . . . .  
 A) ಖಚಿತ      B) ವ್ಯರ್ಥ      C) ಅಸಂಭವ      D) ಪೂರಕ
- 2cm , 3cm , 4cm ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜವು ಸಮರೂಪಿಯಾಗಿದೆ ?  
 A) 4 , 5 , 6      B) 5 , 6 , 7      C) 12 , 13 , 14      D) 6 , 9 , 12
- ಒಂದು ಕೊಳವೆಯ ಹೊರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು . . . . .  
 A)  $2\pi r h$       B)  $\pi r^2 + 2\pi r h$       C)  $\pi r(r + h)$       D)  $2\pi r h(r + h)$
- ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.  $1 \times 8 = 8$

10. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು  $P(x)$  ನ ನಕ್ಷೆಯಾದರೆ ಅದಕ್ಕಿರುವ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?



11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ  $a_3 = 9$  ಮತ್ತು  $d = 3$  ಆದರೆ , ಮೊದಲ ಪದ  $a$  ಯ ಬೆಲೆ ತಿಳಿಸಿ.

12.  $(0,0)$  ,  $(4,0)$  ,  $(4,3)$  ಮತ್ತು  $(0,3)$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಆಕೃತಿ ಯಾವುದು ?

13.  $\sin \theta = \cos \theta$  ಆದಾಗ  $\theta$  ದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

14. ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ?

15. ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುವ ಸೂತ್ರ ತಿಳಿಸಿ.

16. ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಗಾತ್ರ  $30\text{cm}^3$  ಇದೆ. ಅಷ್ಟೇ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಅಷ್ಟೇ ಎತ್ತರ ಇರುವ ಶಂಕುವಿನ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು ?

17.  $3 - \sqrt{2}$  ಇದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$2 \times 8 = 16$

ಅಥವಾ

ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ ಬಳಸಿ 84 ಮತ್ತು 105 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18.  $x^2 - 2x - 8$  ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

$2 + \sqrt{3}$  ಮತ್ತು  $2 - \sqrt{3}$  ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19. ಬಿಡಿಸಿ :  $2x + y = 12$  ಮತ್ತು  $x + 2y = 9$

20.  $2x^2 - 3x + 2 = 0$  ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

21.  $x^2 - 2x - 3 = 0$  ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿ

22. ಮೊದಲ 25 ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23. ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಎರಡೂ ದಾಳಗಳ ಮೇಲೆ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24.  $AB = 10\text{cm}$  ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ರಚಿಸಿ , ಅದನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

25.  $(x^3 - 3x^2 + 5x - 1)$  ನ್ನು  $(x-1)$  ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ , ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$3 \times 9 = 27$

26. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ 3 , 5 , 7 , 9 . . . . . ರ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 120 ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ  $n$  ನೇ ಪದ  $a_n = 3n-1$  ಆಗಿದ್ದರೆ , ಅದರ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27. (5 , 2) , (4 , 7) ಮತ್ತು (7 , -4) ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

ಅಥವಾ

(9 , 1) , (-3 , -2) ಮತ್ತು (5 , -2) ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

28. ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

C.I.	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	60 - 65
f	14	16	18	23	18	8	3

ಅಥವಾ

ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

C.I.	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49
f	4	5	2	9

29. ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜಿವ್ ರಚಿಸಿ :

ಅಂಕಗಳು	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	8	12	15	10	20	5	15

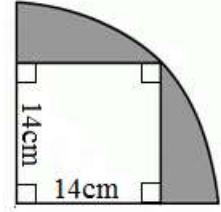
30. 4cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಇರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ  $60^\circ$  ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

31.  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಥವಾ

$\tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ = 1$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

32. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.



33. ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

34. ನಕ್ಷೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ :  $2x + y = 3$  ಮತ್ತು  $x + 3y = -1$

$4 \times 4 = 16$

35. ನೇರ ಎತ್ತರ 63cm ಇರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 15cm ಮತ್ತು 8cm ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

$64\text{cm}^3$  ಗಾತ್ರ ಇರುವ 2 ಚೌಕಫಲಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ ತಯಾರಿಸಿದ ಆಯತಫಲದ ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

36. 2m ಎತ್ತರದ ಪೀಠದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ವಿಗ್ರಹ ಇದೆ. ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವಿಗ್ರಹದ ತುದಿಗೆ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $60^\circ$  ಮತ್ತು ಪೀಠದ ತುದಿಗೆ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $45^\circ$  ಆದರೆ ಆ ವಿಗ್ರಹದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

37.  $BC = 4\text{cm}$  ,  $AB = 3\text{cm}$  ಮತ್ತು  $\angle ABC = 90^\circ$  ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ, ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{3}$  ರಷ್ಟು ಅಳತೆ ಇರುವ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

38. ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

$5 \times 1 = 5$